

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI Lezione n.8

ESERCIZI:
da Facciorusso UNIFI esercitarsi su «Analisi degli stati tensionali nei terreni»



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale
Sezione geotecnica (www.dicea.unifi.it/geotecnica)



“STATI DI TENSIONE NEI TERRENI” *Esercizi svolti*

Corso di Geotecnica
A.A. 2013/2014

Johann Facciorusso

✉ johannf@dicea.unifi.it

🌐 <http://www.dicea.unifi.it/~johannf/>

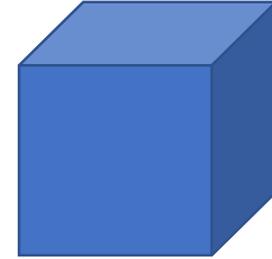
RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI Lezione n.8

TERRENI SOVRACONSOLIDATI:

Maggiore resistenza meccanica

Minore deformabilità

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

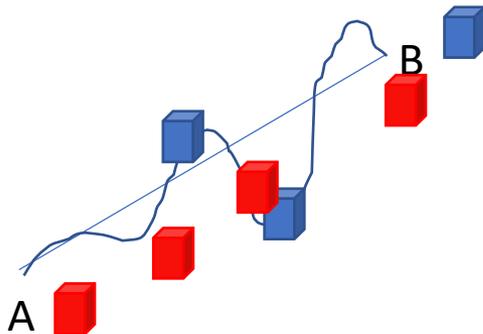


RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

Terreno: sistema particellare



Si traduce in un comportamento meccanico anelastico e anisotropo



La risposta di ogni elemento di terreno ad una variazione dello stato tensionale non dipende solo dallo stato iniziale e finale del processo bensì anche dal percorso stesso.

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

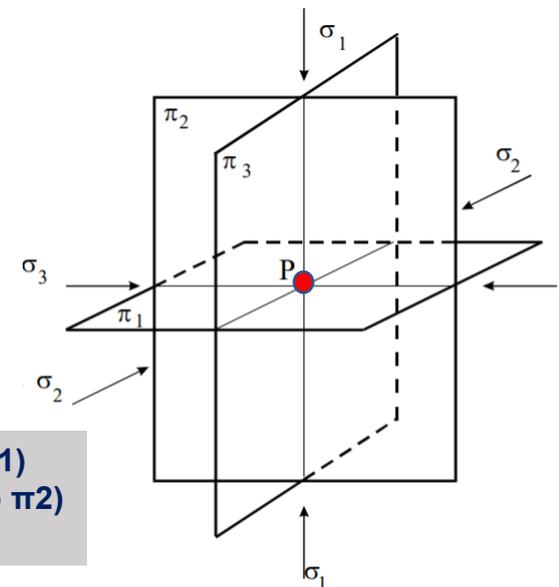
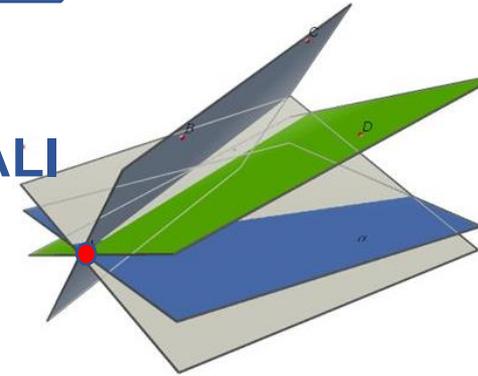
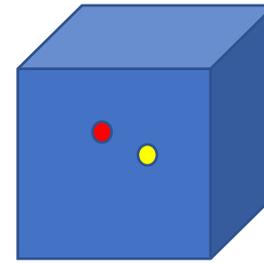
RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

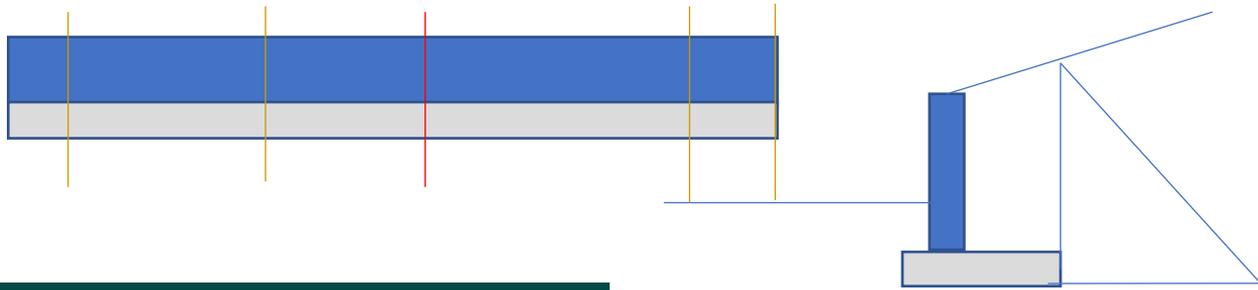
Riferimento bibliografico: da Facciorusso UNIFI

Preso un punto P all'interno di un corpo continuo, le tensioni sui possibili elementi superficiali infinitesimi passanti per P (tensione risultante e relative componenti normale σ e tangenziale τ sull'elemento superficiale considerato) **variano in generale da elemento a elemento.**

Si può dimostrare che nella stella di piani passanti per P esistono almeno 3 piani, ortogonali fra loro, su cui agiscono esclusivamente tensioni normali. Questi 3 piani sono detti **principali**; le tensioni che agiscono su di essi sono dette **tensioni principali**

σ_1 = tensione principale maggiore (agisce sul piano principale maggiore π_1)
 σ_2 = tensione principale intermedia (agisce sul piano principale intermedio π_2)
 σ_3 = tensione principale minore (agisce sul piano principale minore π_3)



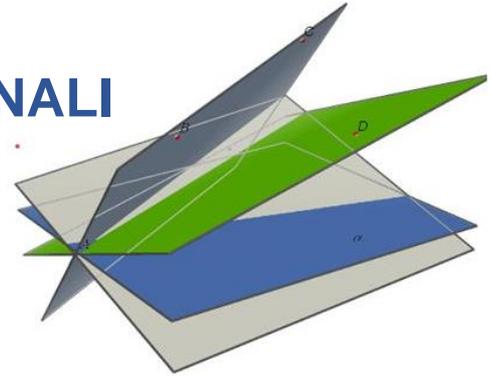


RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

STATO TENSIONALE ISOTROPO

tutti i piani della stella sono principali e la tensione (isotropa) è eguale in tutte le direzioni $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

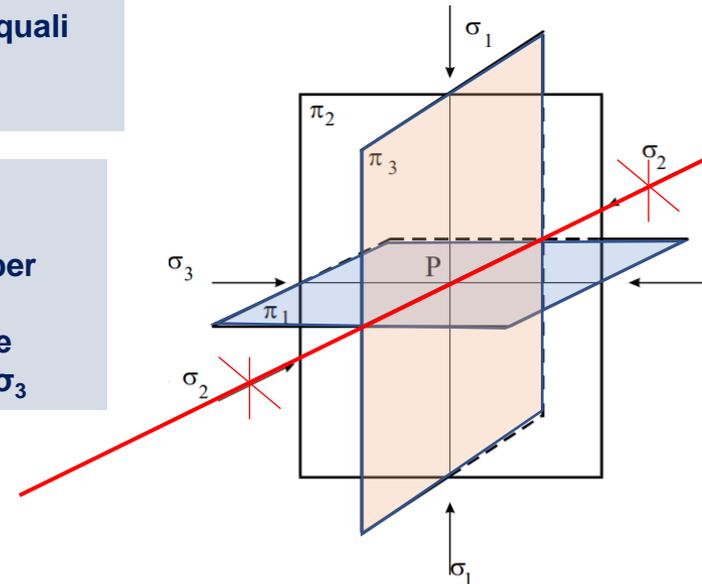


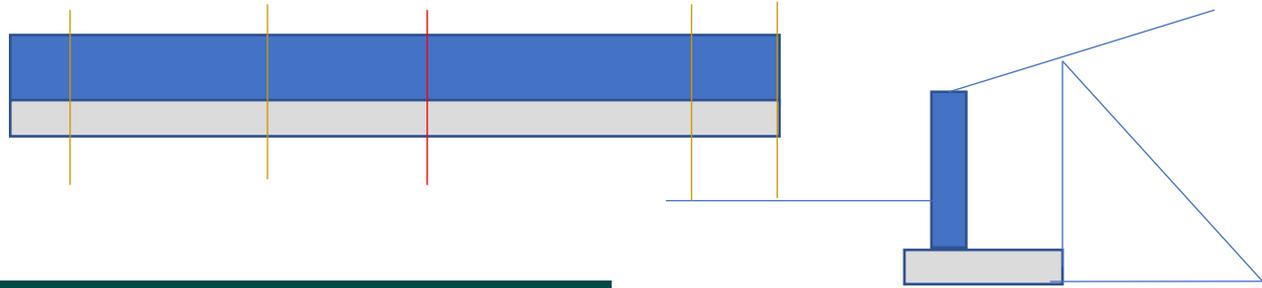
STATO TENSIONALE ASSIAL-SIMMETRICO

Se esiste un fascio di piani principali (che ha per asse la σ_k) sui quali agiscono tensioni uguali ($\sigma_i = \sigma_j$) e un piano principale ad essi ortogonale (sul quale agisce la σ_k)

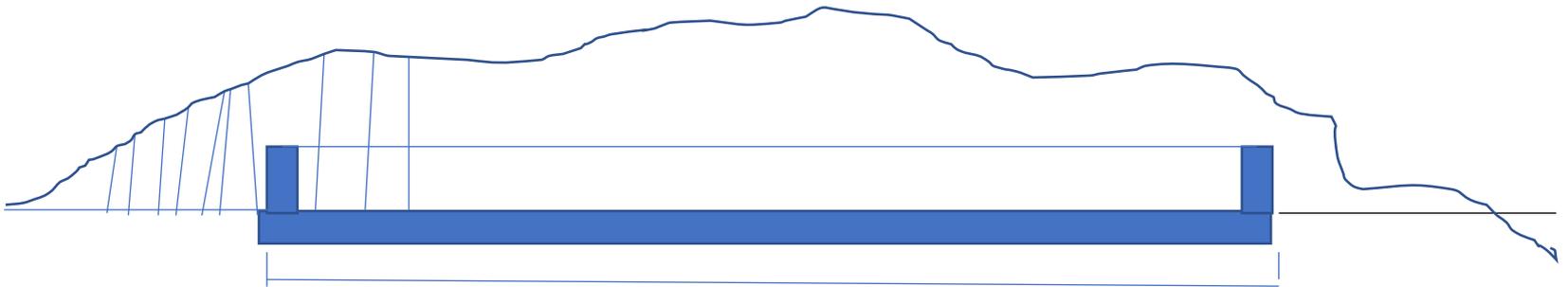
STATO TENSIONALE PIANO

Lo stato tensionale riguarda piani appartenenti al fascio avente per asse la direzione della tensione principale intermedia σ_2 . E' possibile ignorare il valore e gli effetti della tensione principale intermedia σ_2 e riferirsi ad un sistema piano di tensioni con σ_1 e σ_3



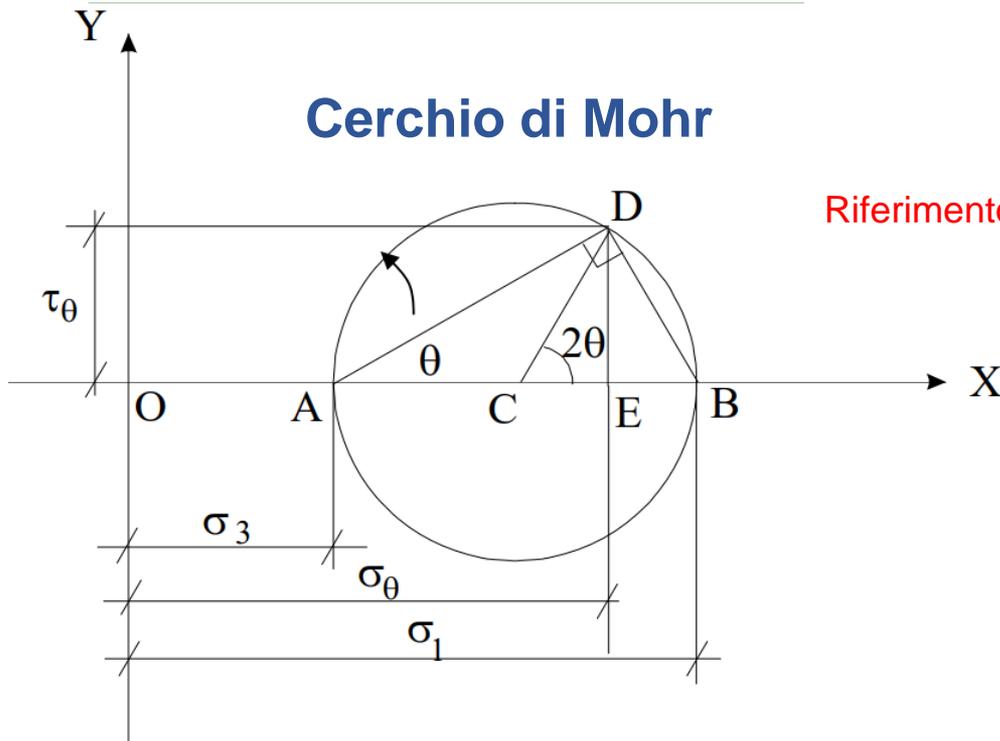


RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI



Riferimento alle diapositive di Facciorusso

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

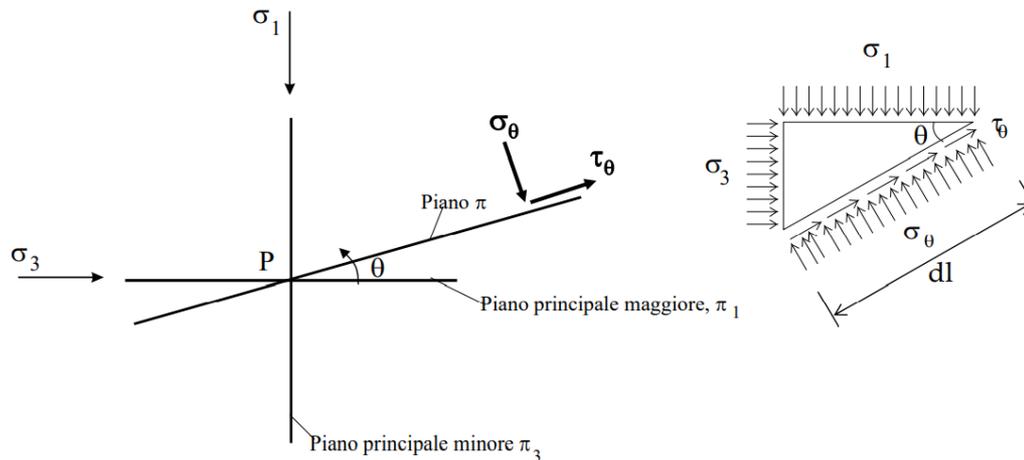


Corso di Geotecnica per ingegneria Edile
 A.A. 2010/2011



CERCHIO DI MOHR

Si consideri, nell'intorno del punto P, un elemento prismatico triangolare di spessore unitario e lati di dimensioni infinitesime, disposti parallelamente ai due piani principali, π_1 e π_3 , e ad un generico piano π passante per P inclinato di θ rispetto a π_1 .



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

Dall'equilibrio alla traslazione dell'elemento prismatico nelle direzioni π_1 e π_3 :

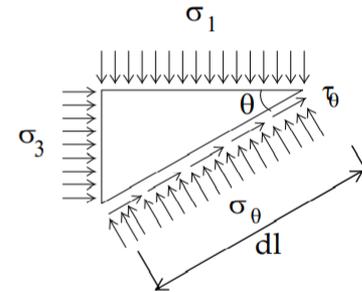
$$\begin{cases} \sigma_3 \cdot dl \cdot \sin \theta - \sigma_\theta \cdot dl \cdot \sin \theta - \tau_\theta \cdot dl \cdot \cos \theta = 0 \\ \sigma_1 \cdot dl \cdot \cos \theta - \sigma_\theta \cdot dl \cdot \cos \theta + \tau_\theta \cdot dl \cdot \sin \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau_\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\theta \\ \sigma_\theta = \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos^2 \theta \end{cases}$$

Equazione di un cerchio sul piano (σ, τ)

Riportando in un sistema di assi cartesiani ortogonali (*piano di Mohr*) le tensioni normali, σ , lungo l'asse X e le tensioni tangenziali, τ , lungo l'asse Y, al variare di θ , si ottiene un cerchio (*cerchio di Mohr*) con:

RAGGIO : $R = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ **CENTRO** : $C \equiv [(\sigma_1 + \sigma_3)/2; 0]$

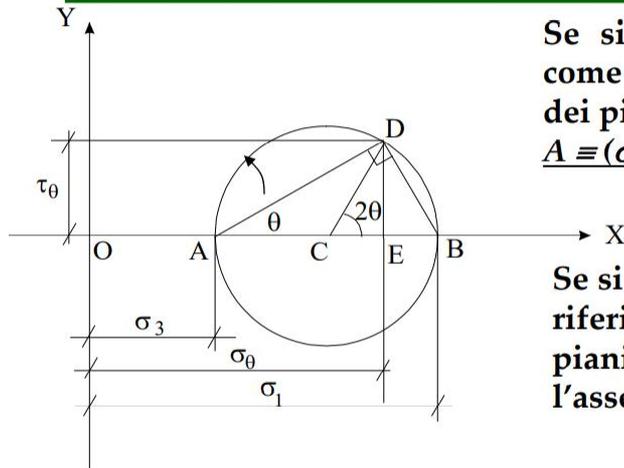
che rappresenta il luogo geometrico delle condizioni di tensione su tutti i piani del fascio.



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

Def. Si definisce *polo* o origine dei piani il punto tale che qualunque retta uscente da esso interseca il cerchio in un punto le cui coordinate rappresentano lo stato tensionale agente sul piano che ha per traccia la retta considerata.



Se si assume il piano principale maggiore π_1 come riferimento per individuare l'orientazione dei piani del fascio (la cui traccia è l'asse X)

$A \equiv (\sigma_3, 0)$ rappresenta il polo

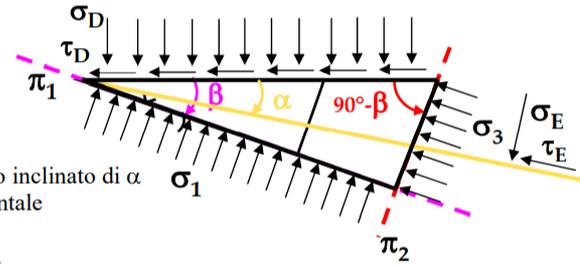
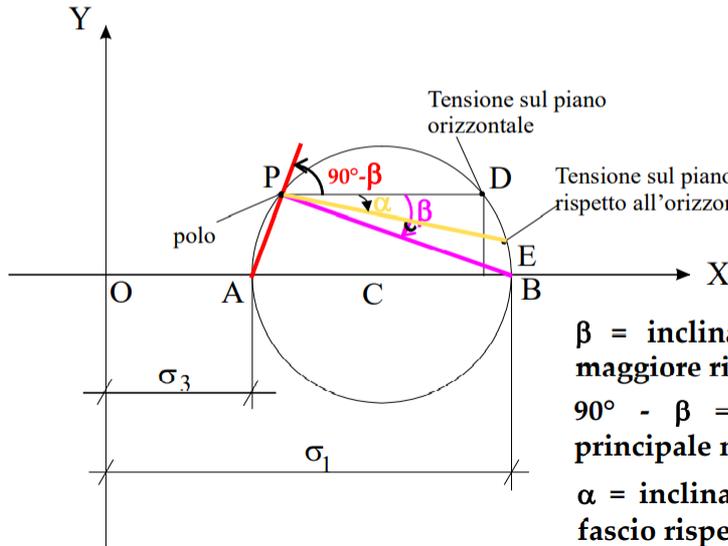
Se si assume il piano principale minore π_3 come riferimento per individuare l'orientazione dei piani del fascio (e la cui traccia coincide con l'asse X), il polo coincide con $B \equiv (\sigma_1, 0)$

OSS. L'angolo di inclinazione θ tra due piani ($B\hat{A}D$) è metà dell'angolo al centro del cerchio di Mohr che sottende i punti rappresentativi delle tensioni agenti sui due piani ($B\hat{C}D$).

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

Se per individuare l'orientazione dei piani del fascio si assume come riferimento il piano orizzontale, non coincidente con un piano principale, sul quale agiscono la tensione normale σ_D e tangenziale τ_D , **il polo, P**, è individuato dall'intersezione col cerchio di Mohr della retta orizzontale condotta dal punto D che ha per coordinate la tensione normale e tangenziale sul piano orizzontale.



- β = inclinazione (oraria) del piano principale maggiore rispetto all'orizzontale
- $90^\circ - \beta$ = inclinazione (antioraria) del piano principale minore rispetto all'orizzontale
- α = inclinazione (oraria) del generico piano del fascio rispetto all'orizzontale

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI



RESISTENZA AL TAGLIO



Per le **verifiche di resistenza** delle opere geotecniche è necessario valutare quali sono gli stati di tensione massimi sopportabili dal terreno ***in condizioni di incipiente rottura***.

*Def. La **resistenza al taglio** di un terreno in una direzione è la massima tensione tangenziale, τ_f , che può essere applicata al terreno, in quella direzione, prima che si verifichi la "rottura".*

Nella Meccanica dei Terreni si parla di resistenza al taglio, perché nei terreni, essendo di natura particellare, le deformazioni (e la rottura) avvengono principalmente per scorrimento relativo fra i grani.

La **rottura** (ovvero quella condizione cui corrispondono deformazioni inaccettabilmente elevate):

- può essere improvvisa e definitiva, con perdita totale di resistenza (come avviene generalmente per gli ammassi rocciosi)
- oppure può avere luogo dopo grandi deformazioni plastiche, senza completa perdita di resistenza (come si verifica spesso nei terreni)

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

In linea teorica se si utilizzasse per l'analisi delle condizioni di equilibrio e di rottura dei terreni un modello discreto, costituito da un insieme di particelle a contatto, si dovrebbero valutare le azioni mutue intergranulari (normali e tangenziali alle superfici di contatto) e confrontarle con i valori limite di equilibrio. Tale approccio, allo stato attuale e per i terreni reali, non è applicabile.

In pratica si utilizza un *modello continuo*, costituito, nell'ipotesi di terreno saturo, dalla sovrapposizione nello stesso spazio di un continuo solido corrispondente alle particelle di terreno, ed un continuo fluido, corrispondente all'acqua che occupa i vuoti interparticellari.

OSS: l'hp di mezzo continuo è accettabile anche perchè la dimensione caratteristica dei fenomeni di interesse pratico è molto maggiore di quella della microstruttura, ovvero dei grani e dei pori.

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

Le tensioni che interessano il continuo solido sono le **tensioni efficaci**, definite dalla differenza tra le tensioni totali e le pressioni interstiziali (*I parte del principio delle tensioni efficaci*):

$$\sigma' = \sigma - u$$

La **resistenza al taglio** dei terreni è legata alle tensioni efficaci (*II parte del principio delle tensioni efficaci*):

“Ogni effetto misurabile di una variazione dello stato di tensione, come la compressione, la distorsione e la variazione di resistenza al taglio è attribuibile esclusivamente a variazioni delle tensioni efficaci”

$$\tau_f = f(\sigma')$$

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

CRITERIO DI MOHR-COULOMB

Il più semplice ed utilizzato criterio di rottura per i terreni, è il *criterio di Mohr-Coulomb (-Terzaghi)*:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u) \cdot \tan \varphi' = c' + \sigma'_{n,f} \cdot \tan \varphi'$$

Principio delle tensioni efficaci (Terzaghi)

la tensione tangenziale limite di rottura in un generico punto P su una superficie di scorrimento potenziale interna al terreno è data dalla somma di due termini:

- ☞ il primo, detto *coesione* (c'), è indipendente dalla tensione efficace (σ') agente nel punto P in direzione normale alla superficie
- ☞ il secondo è proporzionale a σ' mediante un coefficiente d'attrito $\tan \varphi'$. L'angolo φ' è detto *angolo di resistenza al taglio*.

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

CRITERIO DI MOHR-COULOMB

Il più semplice ed utilizzato criterio di rottura per i terreni, è il *criterio di Mohr-Coulomb (-Terzaghi)*:

$$\tau_f = c' + (\underbrace{\sigma - u}_{\sigma'_{n,f}}) \cdot \tan \varphi' = c' + \underbrace{\sigma'_{n,f}}_{\sigma'_{n,f}} \cdot \tan \varphi'$$

Principio delle tensioni efficaci (Terzaghi)

la tensione tangenziale limite di rottura in un generico punto P su una superficie di scorrimento potenziale interna al terreno è data dalla somma di due termini:

- ☞ il primo, detto *coesione* (c'), è indipendente dalla tensione efficace (σ') agente nel punto P in direzione normale alla superficie
- ☞ il secondo è proporzionale a σ' mediante un coefficiente d'attrito $\tan \varphi'$. L'angolo φ' è detto *angolo di resistenza al taglio*.

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

- *Rappresentare una situazione geotecnica*
- *Risolvere un problema*
- *Esprimere la soluzione in modo sintetico*

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

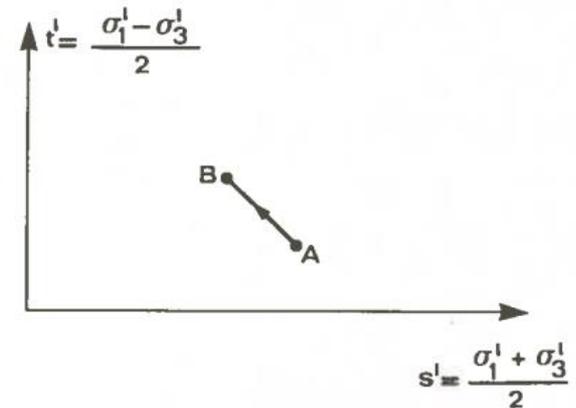
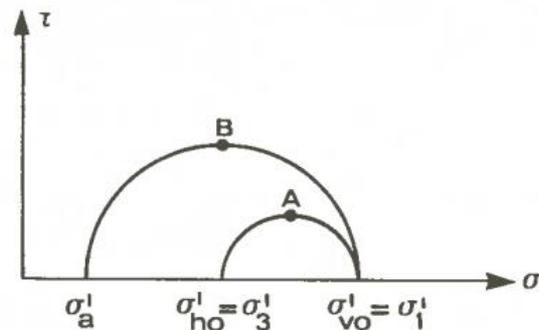
I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

PIANO t, s

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2};$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2};$$



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

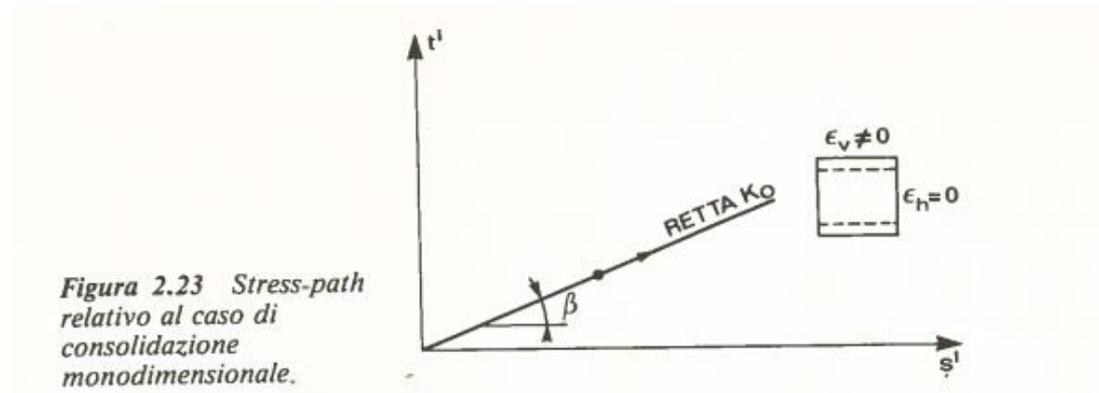
I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

PIANO t,s

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2};$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2};$$



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

PIANO t, s

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2};$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2};$$

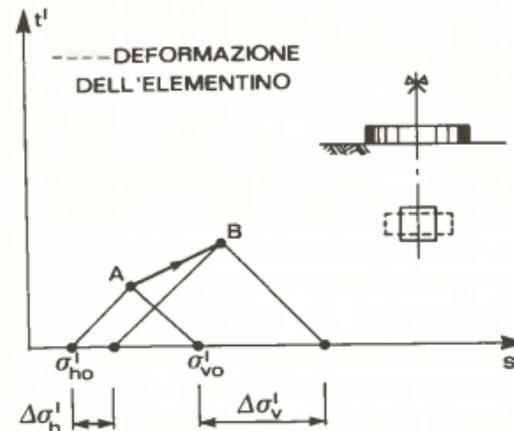


Figura 2.24 Stress-path di compressione per carico.

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

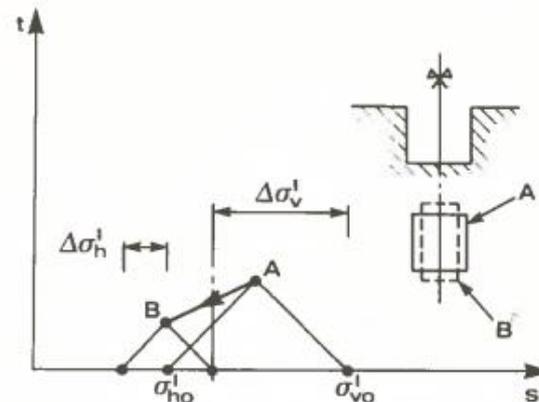
«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

PIANO t, s

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2};$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2};$$

2.25 Stress-path
 isione per scarico.



RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

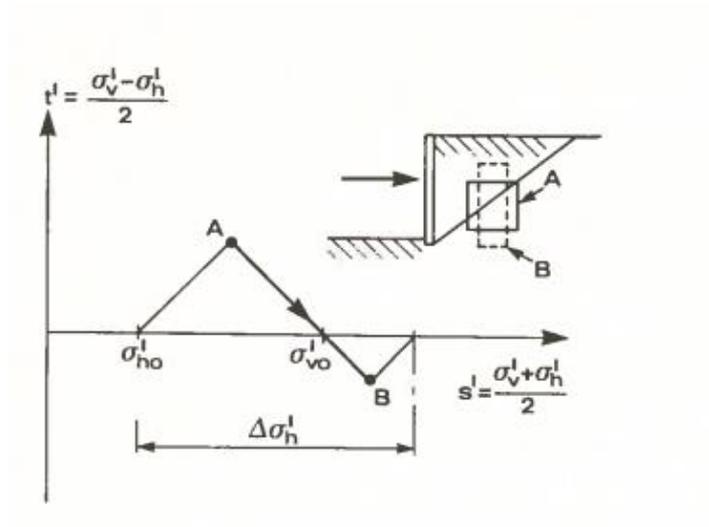
I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» (*Lambe 1967 e Wood 1984*)

PIANO t,s

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2};$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2};$$



Elemento in condizioni di stato limite passivo

RICHIAMI DI MECCANICA DEI TERRENI

Bibliografia di riferimento: Lancellotta R. «Geotecnica»

RAPPRESENTAZIONE DEI PERCORSI TENSIONALI

I percorsi sono rappresentati assumendo alcune convenzioni

«Stress path method» Piano triassiale e piano q,p

