

# **Fondazioni superficiali – Ripasso ed esercizi Calcolo dei cedimenti**

rev. 5.11.2017

I testi e le figure che seguono sono stati estratti, con alcune modifiche, da uno o più dei seguenti testi, a cui si rimanda per chiarimenti e approfondimenti:

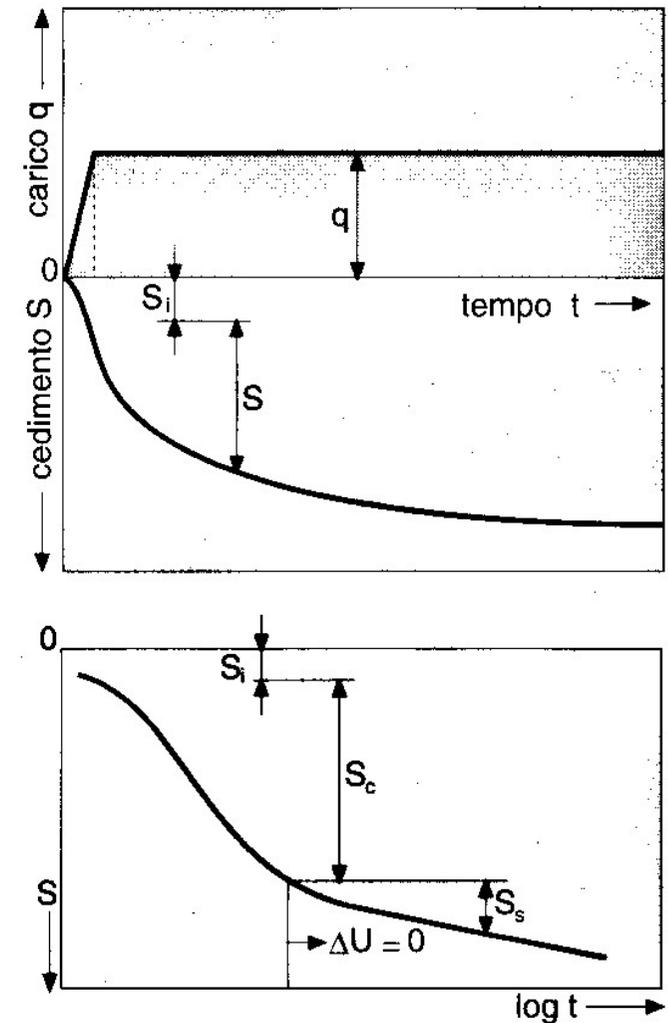
- Bowles J. E., FONDAZIONI PROGETTO E ANALISI, McGraw-Hill, Milano, 1991
- Colombo P., Colleselli F., ELEMENTI DI GEOTECNICA, Zanichelli, Bologna, 2004
- Facciorusso J., Madiati C., Vannucchi G. – DISPENSE DI GEOTECNICA, Dipartimento di Ingegneria Civile – Sezione Geotecnica, Università degli Studi di Firenze, 2006
- Lancellotta R., Costanzo D., Foti S., PROGETTAZIONE GEOTECNICA SECONDO L'EUROCODICE 7 (UNI EN 1997) E LE NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI (NTC 2008), Hoepli Ed., Milano, 2011
- Lancellotta R., Calavera J., FONDAZIONI, McGraw-Hill, Milano, 2003

## Calcolo dei cedimenti

Come si è già detto si indica con cedimento lo spostamento verticale misurato sul piano di fondazione e corrispondente alla sommatoria delle deformazioni verticali dei vari strati del terreno di fondazione interessati dalla variazione delle tensioni verticali.

È evidente che, quando si hanno incrementi delle tensioni verticali, si hanno anche (incrementi di) deformazioni verticali che assumono valori significativi in relazione al tipo di terreno e alle esigenze dell'opera che si vuole costruire.

In genere si hanno valori significativi del cedimento, per il campo di tensioni più frequentemente trasmesse al terreno, quando si interessano strati di argilla normalmente consolidata o leggermente sovraconsolidata, mentre quando si interessano strati di argilla fortemente sovraconsolidata, o di sabbia e di ghiaia, si hanno cedimenti limitati.



## **Cedimento totale**

Il cedimento totale a tempo infinito è dato da:

$$S_t = S_i + S_c + S_s$$

Nella maggior parte dei casi si calcola il cedimento totale come  $S_t = S_i + S_c$  trascurando la valutazione del cedimento secondario.

### **Terreni coesivi (argillosi e limosi)**

Il cedimento immediato nei terreni argillosi ha importanza principalmente per terreni di media e di alta plasticità e per terreni di bassa plasticità con struttura instabile.

Il cedimento di consolidazione rappresenta, in genere, per terreni coesivi normalmente consolidati o leggermente sovraconsolidati, la parte preponderante del cedimento e quindi quella più importante ai fini progettuali.

Il cedimento secondario assume valori non trascurabili con argille organiche e con torbe.

### **Terreni non coesivi (sabbiosi e ghiaiosi)**

Nei terreni sabbiosi e ghiaiosi a permeabilità elevata il cedimento immediato e quello di consolidazione avvengono pressoché contemporaneamente per cui perde significato la distinzione fatta per le argille. Talora in alcuni di questi terreni si può avere anche il cedimento secondario.

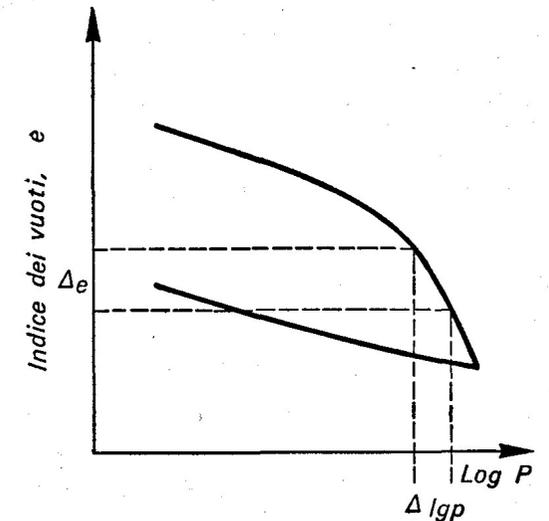
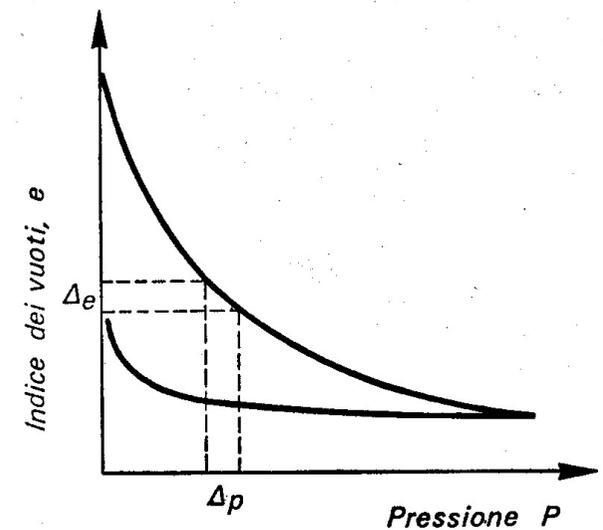
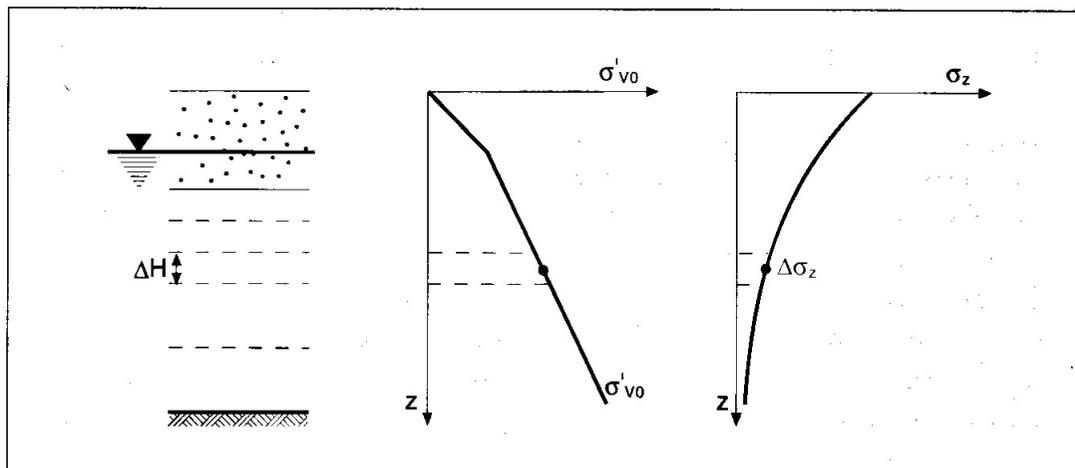
## Valutazione dei cedimenti in terreni coesivi

### *Cedimento di consolidazione*

La valutazione del cedimento di consolidazione viene generalmente eseguita col metodo proposto da Terzaghi per strati, di limitato spessore di argilla normalmente consolidata, compresi tra strati di sabbia.

Questo metodo viene però usato anche per strati di argilla di notevole spessore che si estendono fino al piano di fondazione.

Per procedere al calcolo si devono determinare i profili della pressione verticale effettiva  $\sigma'_{v0}$  e della pressione di consolidazione; poi si devono suddividere gli strati argillosi in strati di modesto spessore e determinare gli incrementi netti di tensione verticale  $\Delta\sigma_z$  al centro di ogni strato.



Si utilizzano successivamente i risultati delle prove edometriche significative per i vari strati e quindi il calcolo è eseguito nell'ipotesi che le deformazioni del terreno avvengano solo in direzione verticale senza espansioni o contrazioni orizzontali.

Questa ipotesi è tanto più accettabile quanto minore è il rapporto H/B tra lo spessore H dello strato di terreno compressibile e la dimensione B della fondazione, ma risulta abbastanza valida anche per strati di grande spessore.

Il calcolo può essere eseguito utilizzando le varie relazioni già viste, facendo riferimento al diagramma edometrico.

Per terreni normalmente consolidati si può calcolare l'aliquota di cedimento relativa ad uno strato la relazione:

$$S_c = \varepsilon H_0 = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} H_0$$

dove  $e_0$  corrisponde a  $\sigma'_{v0}$  e  $e_1$  corrisponde a  $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_z$  e  $H_0$  è lo spessore dello strato.

Ovvero si può calcolare l'aliquota di cedimento con la relazione:

$$S_c = \varepsilon H_0 = H_0 \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_z}{\sigma'_{v0}}$$
$$\left[ S_c = H_0 CR \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_z}{\sigma'_{v0}} \right]$$

Nel caso dei terreni sovraconsolidati l'incremento di tensione (e quindi dell'aliquota di cedimento imputabile allo strato in esame) va diviso in due parti come

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2}$$

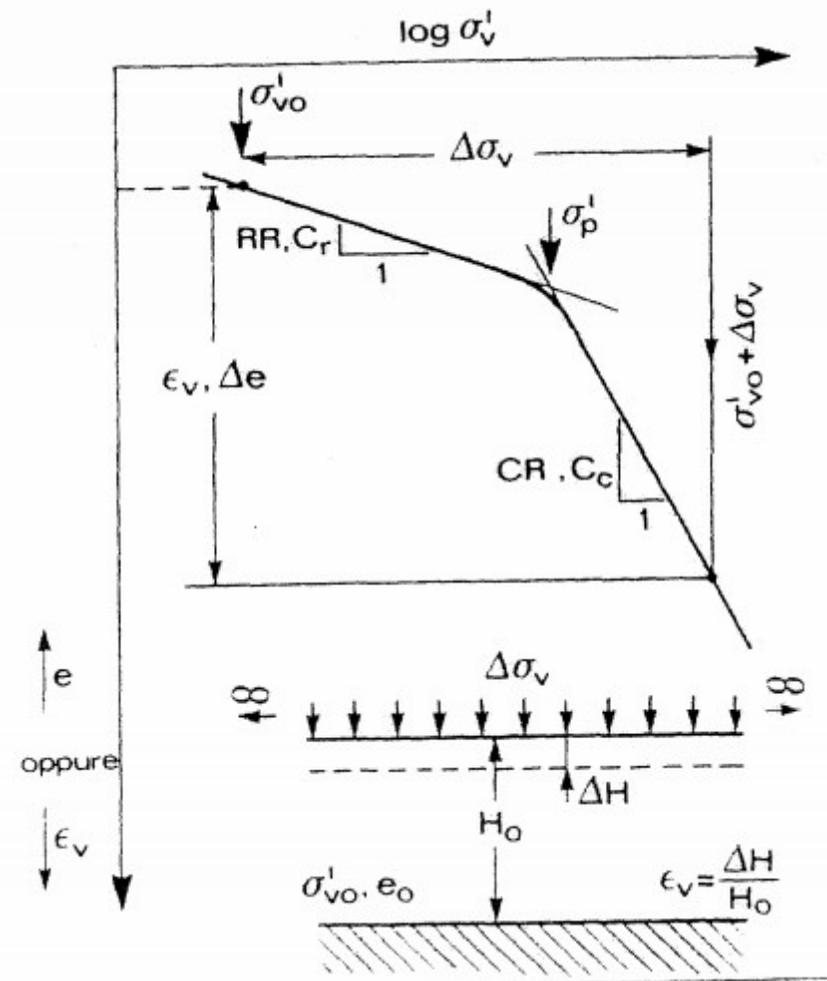
dove  $\Delta\sigma_{z,2}$  è la parte di  $\Delta\sigma_z$  relativa alla zona a destra della pressione di consolidazione  $\sigma'_p$ .

Si ha così che il cedimento totale è somma di due contributi: quello da  $\sigma'_{v0}$  a  $\sigma'_p$  ed, eventualmente, quello a partire da  $\sigma'_p$ .

Questi contributi vengono calcolati mediante la teoria della consolidazione nel modo seguente:

$$S_c = \varepsilon H_0 = H_0 \left( \frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + \frac{C_c}{1+e_0} \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v}{\sigma'_p} \right)$$

$$\left[ S_c = \varepsilon H_0 = H_0 \left( RR \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + CR \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v}{\sigma'_p} \right) \right]$$



Nel caso in cui il carico trasmesso non sia sufficiente a superare la tensione di preconsolidazione, ovvero:

$$\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v < \sigma'_p$$

Le deformazioni avvengono nel solo tratto di ricompressione:

$$S_c = \varepsilon H_0 = H_0 \frac{C_r}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v}{\sigma'_{v0}}$$

$$\left[ S_c = \varepsilon H_0 = H_0 RR \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} \right]$$

Se il piano di fondazione è posto ad una profondità  $D$  sotto il piano campagna, nel calcolo si fa generalmente riferimento al carico netto dato da:

$$\Delta\sigma_{z,n} = \Delta\sigma_z - \gamma D$$

cioè ipotizzando l'assenza di deformazioni per lo scarico e per il ricarico fino a che non si supera il valore  $\gamma D$ . Tale ipotesi è valida quando sia interessata prevalentemente argilla normalmente consolidata e comunque quando le deformazioni con il ricarico siano effettivamente trascurabili.

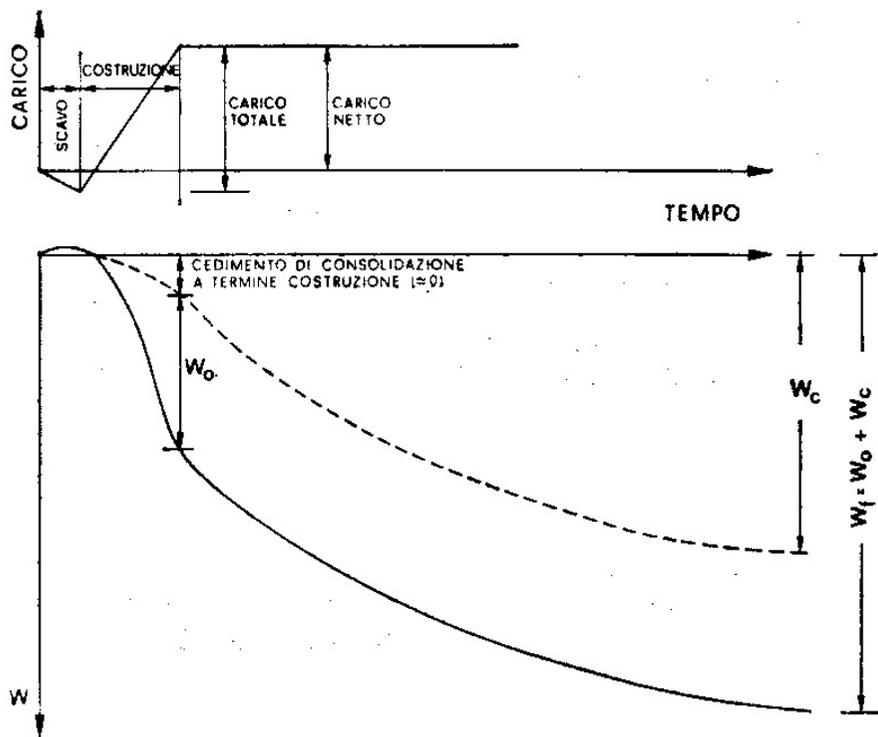
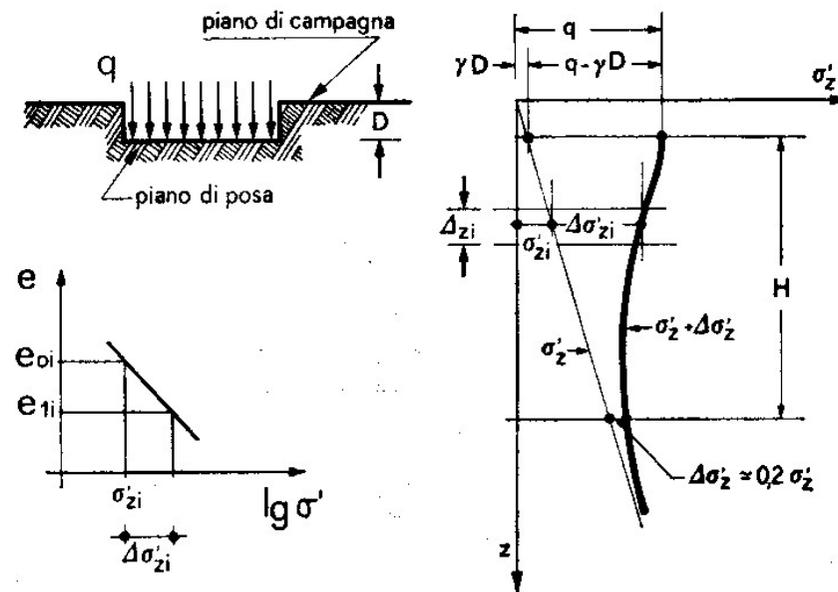


Fig. 4.25. — Decorso nel tempo dei cedimenti di una fondazione poggiate su terreni a grana fina.



$$\Delta w_{edi} = \frac{\Delta\sigma'_{zi}}{E_{ed}} \Delta z_i = \frac{e_{0i} - e_{1i}}{1 + e_{0i}} \Delta z_i$$

$$w_{ed} = \sum_{z=0}^H \Delta w_{edi}$$

Fig. 4.26. — Metodo edometrico.

Ovviamente, nel calcolare il cedimento la valutazione deve essere spinta fino a interessare il volume di terreno significativo, che in via indicativa può essere definito dalla profondità entro la quale l'aumento di tensione verticale  $\Delta\sigma_z$  (o  $\Delta\sigma_{z,n}$ ) è superiore a  $0,1 \sigma'_{v0}$  (0.2 in figura).

### ***Stima del cedimento immediato sulla base del cedimento per consolidazione “edometrico”***

Il calcolo eseguito con riferimento alla prova edometrica non comprende il cedimento immediato che avviene a volume costante, mentre nella prova edometrica è impossibile un cedimento senza variazione di volume.

Le relazioni sopraindicate appartengono ad un **metodo empirico**, l'affidabilità del quale è stata però controllata a mezzo di osservazioni sul comportamento reale delle opere.

È stato così rilevato che nel caso di opere che interessano argille normalmente consolidate a piccola profondità si ha un cedimento immediato dell'ordine del 10% del cedimento totale, per cui si può fare riferimento ad un cedimento di consolidazione pari a quello edometrico  $S_c = S_{ed}$  e valutare un cedimento totale, comprensivo dell'immediato, pari a

$$S_{tot} = 1.1 S_c$$

## *Correzione per tenere conto della rigidità della fondazione*

Sempre con riferimento al cedimento di consolidazione si ricorda che il calcolo delle tensioni verticali, causate dai carichi in superficie è condotto nell'ipotesi di carichi applicati su una superficie flessibile.

In realtà abbastanza spesso si hanno opere e strutture di fondazione infinitamente rigide o dotate di una certa rigidità.

Se la fondazione è infinitamente rigida per il calcolo del cedimento uniforme si può fare riferimento (Poulos e Davis, 1974) per fondazioni circolari o nastriformi alla relazione:

$$S_{\text{fond.rigida}} = \frac{1}{2} (S_{\text{centro}} + S_{\text{bordo}})_{\text{fond.flessibile}}$$

e per fondazioni rettangolari alla relazione:

$$S_{\text{fond.rigida}} = \frac{1}{3} (2S_{\text{centro}} + S_{\text{spigolo}})_{\text{fond.flessibile}}$$

## Valutazione dei cedimenti in terreni non coesivi

*Metodo di Burland e Burbidge* (1985):

$$S \text{ (mm)} = C_1 C_2 C_3 \left[ (q' - 2/3 \sigma'_{v0}) B^{0.7} I_c \right]$$

nella quale  $q'$  rappresenta la pressione effettiva media sul piano di fondazione in kPa,  $\sigma'_{v0}$  la pressione verticale effettiva precedente sul piano di fondazione in kPa,  $B$  la larghezza della fondazione espressa in metri;

$C_1$  è un fattore che tiene conto della forma della fondazione ed è dato dalla relazione:

$$C_1 = \left( \frac{1,25 L/B}{L/B + 0,25} \right)^2$$

$C_2$  è un coefficiente correttivo che tiene conto dello spessore  $H$  dello strato deformabile ed è dato per  $H < z_i$  da:

$$C_2 = \frac{H}{z_i} \left( 2 - \frac{H}{z_i} \right)$$

nella quale  $z_i$  è la profondità significativa riportata nella tabella in funzione di  $B$ ;

$C_3$  è un coefficiente che tiene conto della compressione secondaria ed è dato da:

$$C_3 = 1 + R_3 + R_t \log t/3$$

dove  $t \geq 3$  è il tempo in anni dopo il termine della costruzione,

R<sub>3</sub> è uguale a 0,3 per carichi statici e a 0,7 per carichi ciclici,  
R<sub>t</sub> è uguale a 0,2 per carichi statici e a 0,8 per carichi ciclici.

Infine I, detto indice di compressibilità, è dato dalla relazione:

$$I_c = \frac{1,706}{N_m^{1,4}}$$

nella quale N<sub>m</sub> rappresenta il valore medio di N<sub>SPT</sub> per la profondità significativa z prima indicata, quando N è costante o crescente con la profondità.

Con valori decrescenti di N la media va fatta su una profondità 2B.

Per sabbie fini e/o limose al di sotto della falda, si deve fare riferimento al valore corretto con la relazione di Terzaghi e Peck:

$$N' = 15 + 0,5 (N - 15).$$

Per ghiaie e sabbie con ghiaia N deve essere aumentato del 25%.

**Metodo di Schmertmann (1970):**

$$S = C_1 C_2 q_n \sum_0^H \frac{I_z \Delta_z}{E}$$

nella quale  $q_n$  rappresenta la pressione netta applicata al piano di fondazione,

-  $C_1$  un fattore correttivo che tiene conto della profondità del piano di fondazione ed è dato da:

$$C_1 = 1 - 0,5 \frac{\sigma'_{v0}}{q_n}$$

-  $C_2$  un fattore correttivo che tiene conto della compressione secondaria ed è dato da:

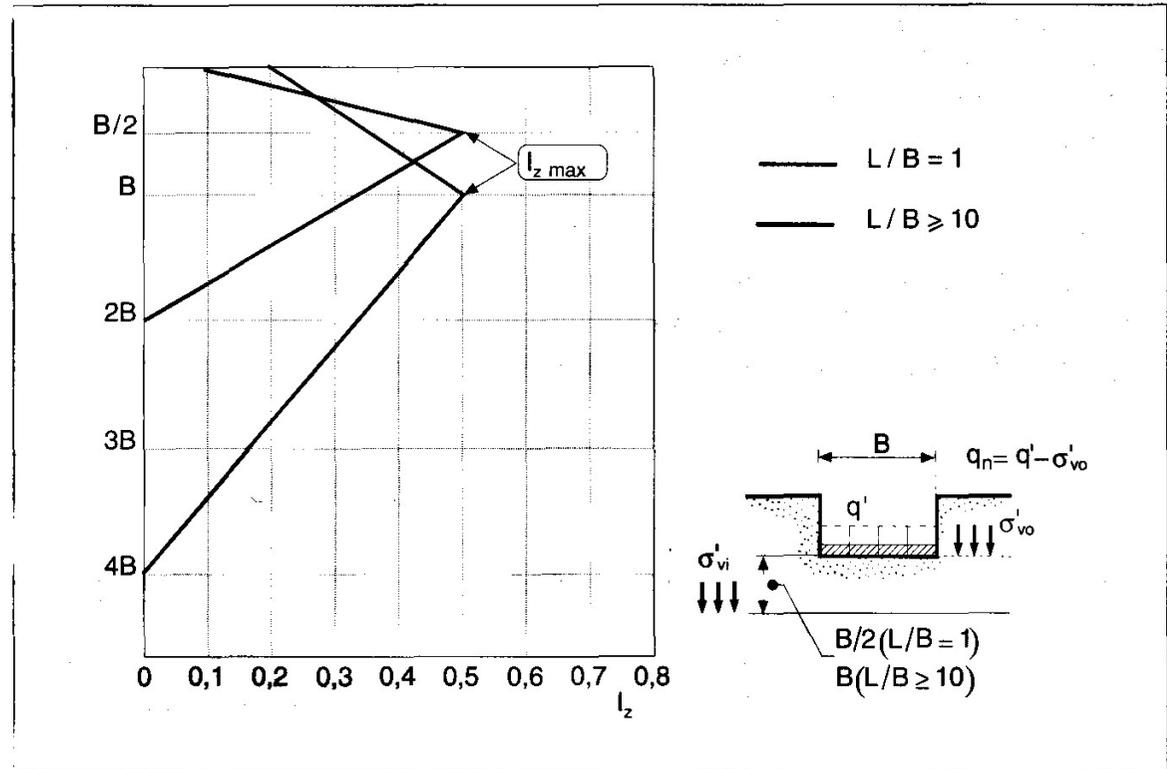
$$C_2 = 1 + 0,2 \log \left( \frac{t}{0,1} \right)$$

dove  $t$  rappresenta il tempo in anni dopo il termine della costruzione per il quale si vuol calcolare il cedimento.

$I_z$  è un fattore di deformazione che varia con la profondità in funzione della geometria della fondazione e dell'entità di  $q_n$ , secondo lo schema riportato in figura.

Come si vede  $I_z$  diventa nullo alla profondità  $2B$  per  $L/B = 1$  (fondazione circolare o quadrata) e alla profondità  $4B$  per  $L/B \geq 10$  per fondazioni continue e diventa massimo alle profondità  $B/2$  e  $B$  con un valore dato dalla relazione:

$$I_{z \max} = 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{q_n}{\sigma'_{vi}}}$$



Il calcolo dei cedimenti con questo metodo richiede un'adeguata suddivisione della profondità significativa sotto la fondazione in vari strati, all'interno dei quali i valori del fattore di deformazione  $I_z$  e del modulo di deformazione  $E$  possano ritenersi costanti.

Il modulo di deformazione  $E$  è valutato sulla base dei risultati delle prove penetrometriche. Secondo Schmertmann è dato da  $E = 2.5q_c$  per fondazioni circolari e quadrate e da  $E = 3.5q_c$  per fondazioni continue con  $L/B > 10$ ; nei casi intermedi si interpola in funzione di  $L/B$  ( $q_c$  è la resistenza di punta in una prova CPT).

Nella relazione  $E = \alpha q_c$  è possibile considerare valori di  $\alpha$  compresi tra 3 e 8 e decrescenti all'aumentare della densità relativa  $D_r$ .

Il metodo è abbastanza valido per sabbie normalmente consolidate, mentre sovrastima i cedimenti per quelle sovraconsolidate.

## Esercizio 1

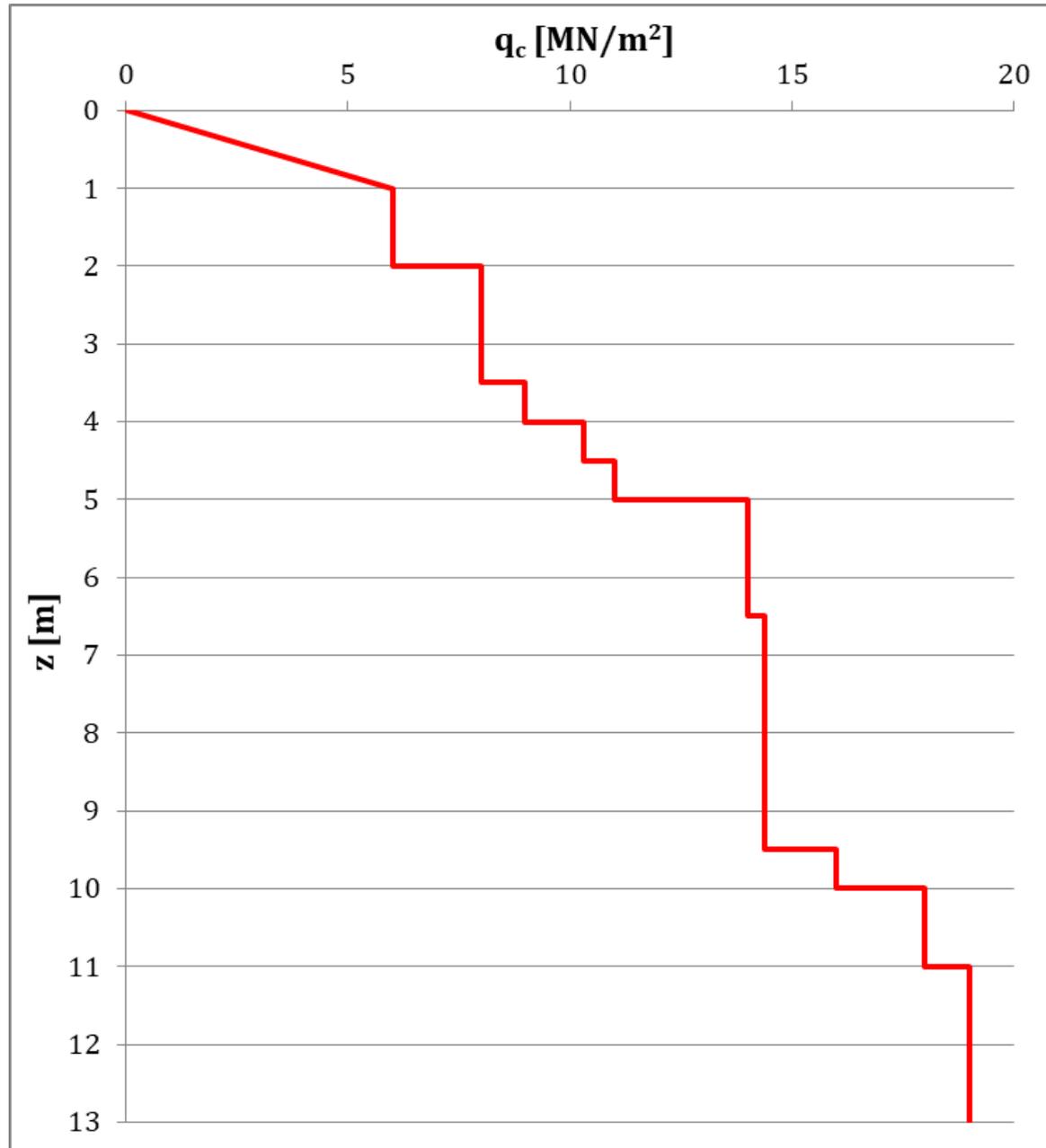
$z$ [m]	$\Delta H$ [m]	$\sigma_{v0}$ [kPa]	$u_0$ [kPa]	$\sigma'_{v0}$ [kPa]	$\sigma'_p$ [kPa]	$\Delta\sigma_v$ [kPa]	RR - CR	$\Delta s$ [m]
4	2	76	28.3	47.7	238.7	112.7	0.03	0.032
6	2	114	50.9	63.1	315.7	107.2	0.03	0.026
8	2	151	73.5	77.5	77.5	93.7	0.124	0.085
10	2	187	96.1	90.9	90.9	77.1	0.124	0.066
12	2	223	118.7	104.3	104.3	61.8	0.124	0.050

$s$ [m] 0.259
------------------

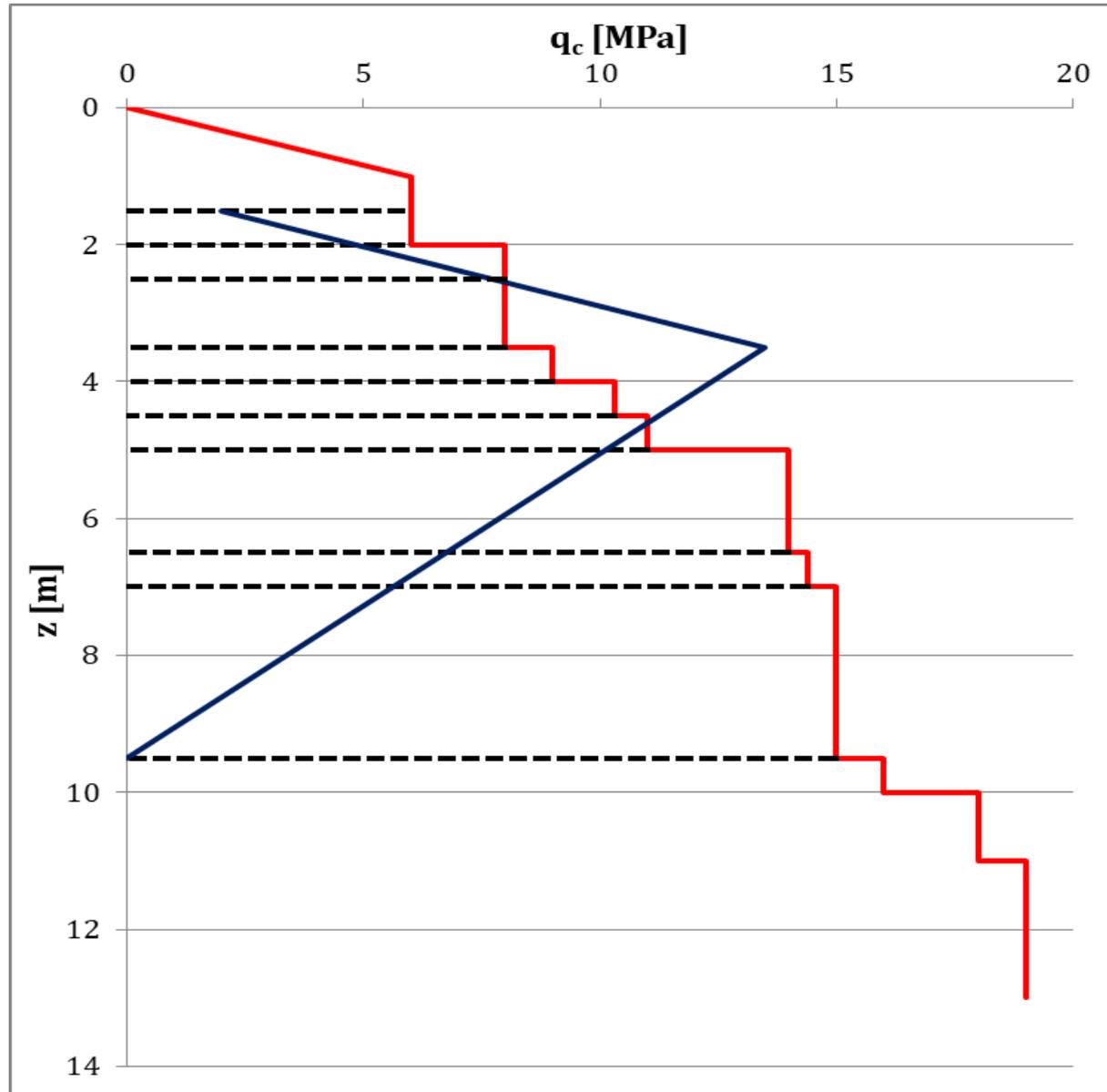
## Esercizio 2

Profondità [m]	$N_{SPT}$ colpi / 30 cm
4	22
6	24
8	28
10	28
12	32
14	34
16	39

### Esercizio 3



### Esercizio 3



### Esercizio 3

Strato	$\Delta z$ [m]	$I_z$ [-]	$q_c$ [MPa]	$E$ [MPa]	$s_i$ [mm]
a	0.5	0.173	6	15	1.200
b	0.5	0.318	8	20	1.657
c	1	0.535	8	20	5.583
d	0.5	0.652	9	22.5	3.023
e	0.5	0.595	10.3	25.75	2.412
f	0.5	0.538	11	27.5	2.043
g	1.5	0.425	14	35	3.803
h	0.5	0.312	14.4	36	0.904
i	2.5	0.142	15.5	38.75	1.911

$s$ [mm] 22.537
--------------------