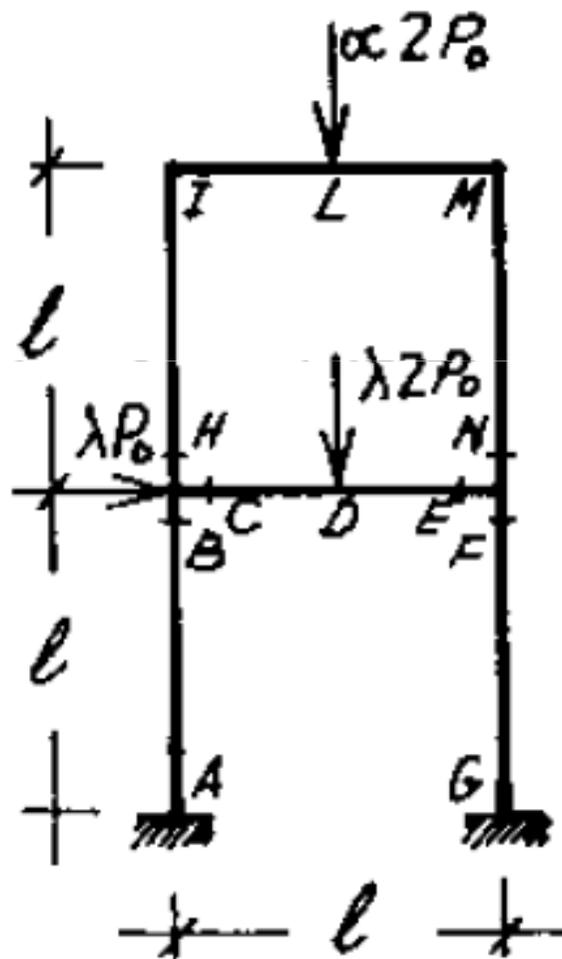


# Esercizi su determinazione carico collasso telai mediante la delimitazione di Greenberg-Prager



Sez. costante

$$g = 0$$

$$M_0'' = M_0' = M_0 = P_0 l$$

La struttura è 6 volte staticamente indeterminata.

Ha 12 sezioni critiche

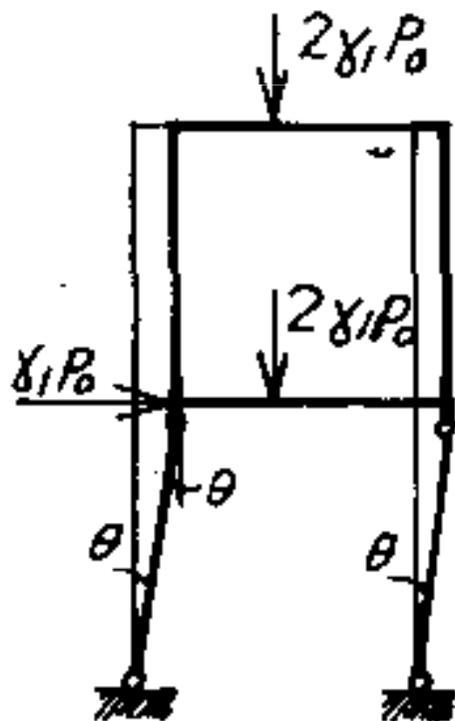
*fig. 4*

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

1) Scelta del meccanismo iniziale e determinazione di  $\gamma_1$ .

Se si dispone della soluzione elastica conviene disporre le cerniere plastiche in corrispondenza dei punti di massimo del momento flettente, altrimenti conviene partire da un meccanismo scelto a "buon senso".

Consideriamo un meccanismo parziale di parete



Applicando il P.LV alla fig. (5) si ha

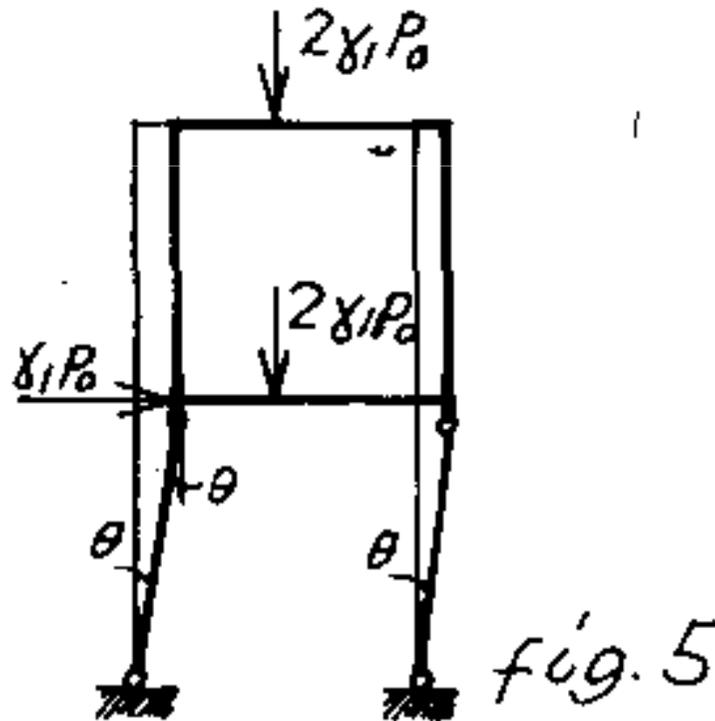
$$\gamma_1 P_0 \cdot l \theta = 4 M_0 \theta = 4 P_0 l \theta$$

$$\gamma_1 = 4$$

fig. 5

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

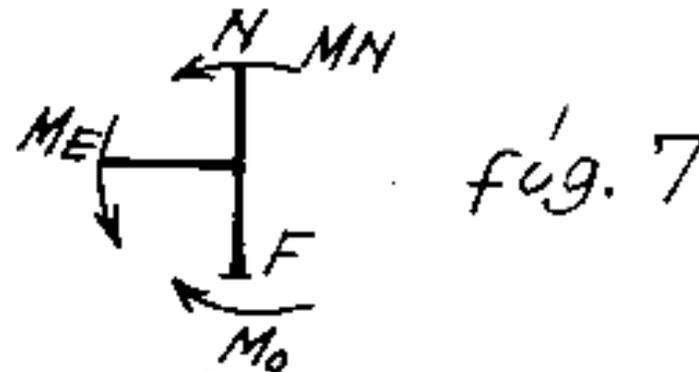
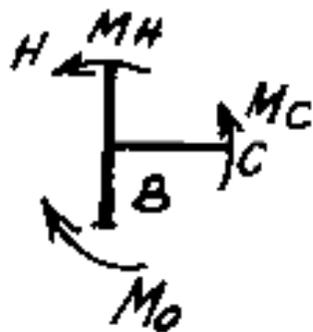
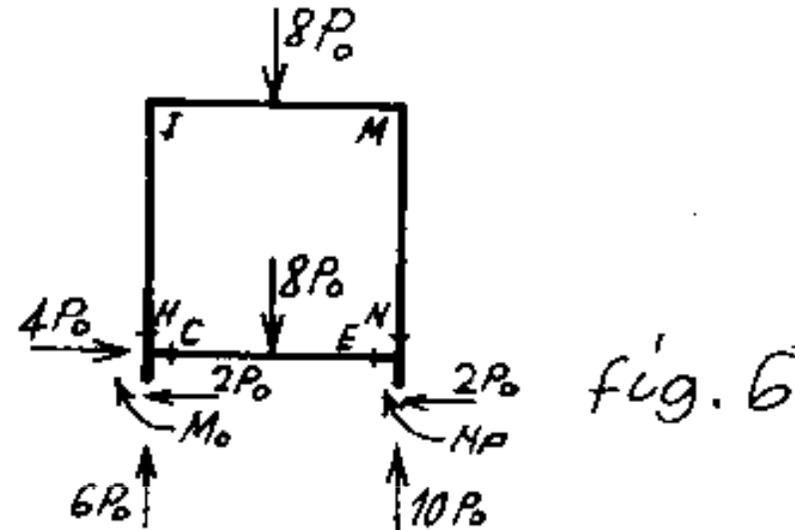
Il meccanismo di Fig 5 è un meccanismo parziale, quindi la distribuzione dei momento a collasso corrispondente non è univocamente determinata, essa dipende dalla scelta delle iperstatiche , scelta che può essere arbitraria



# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

## 2) Calcolo di $\psi_1$

Da considerazioni di equilibrio globale, le azioni assiali nei pilastri risultano staticamente determinate



Come incognite iperstatiche prendiamo  $M_C$  ed  $M_E$   
Affinchè  $M_H$  ed  $M_N$  siano  $\leq M_0$ ,  $M_C$  ed  $M_E$  sono vincolati ad avere il verso di Fig. 7

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Si consideri l'asta CDE in fig 8

Il momento totale è la somma di quello dovuto a carichi accidentali ed alle azioni iperstatiche

Per rendere minima la violazione della conformità in D conviene assumere

$$M_C = 0 \quad M_E = M_0$$

Dall' equilibrio dei nodi segue

$$M_H = M_0; \quad M_N = 0$$

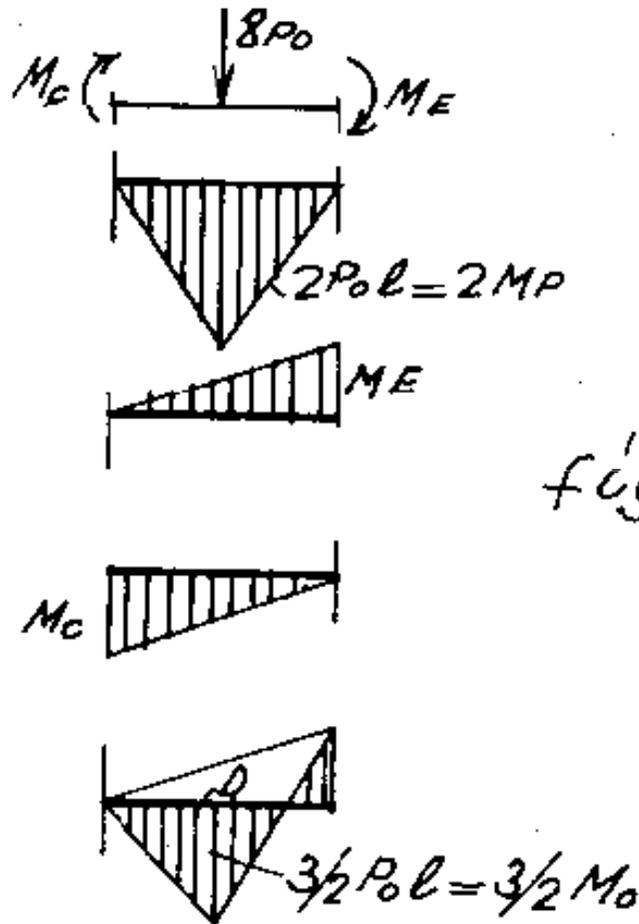


fig. 8

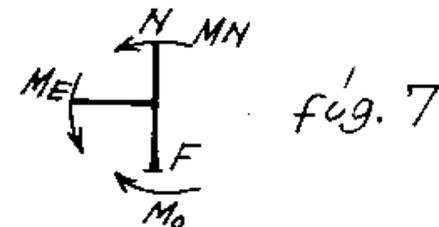
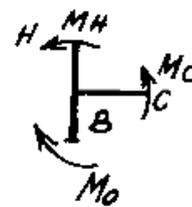


fig. 7

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Affinchè la conformità non venga violata in M conviene assumere come ulteriore iperstatica  $T_N$  e porre  $T_N = P_0$

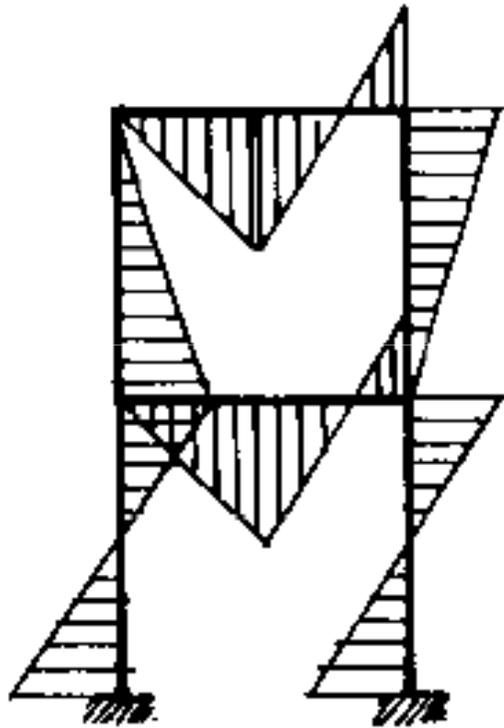
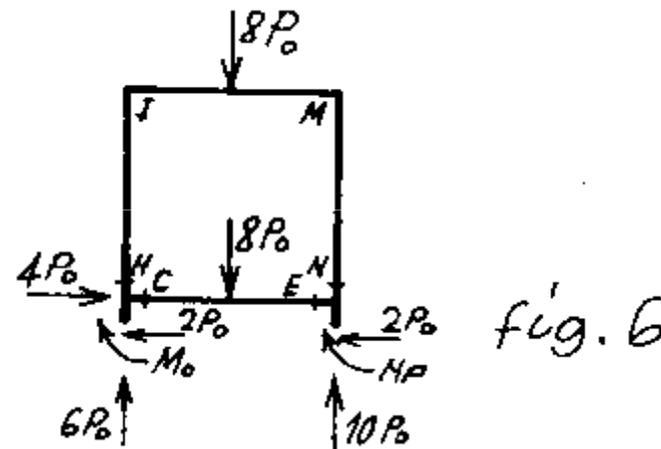


fig. 9



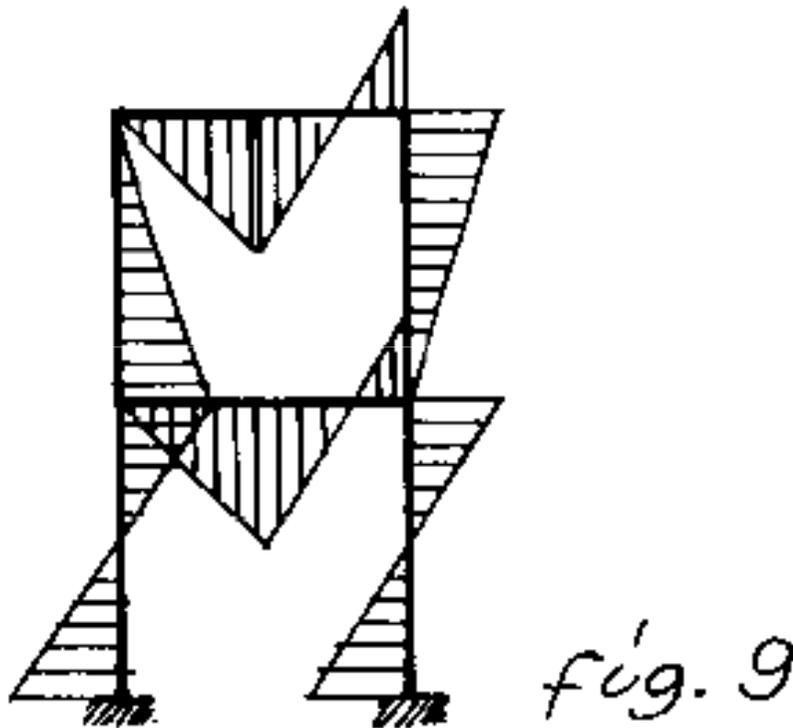
Il diagramma di M risultante è in Fig 9

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Il momento Max è in L e D

$$M_L = M_D = \frac{3}{2} M_0$$

$$\rho = \frac{3}{2}$$



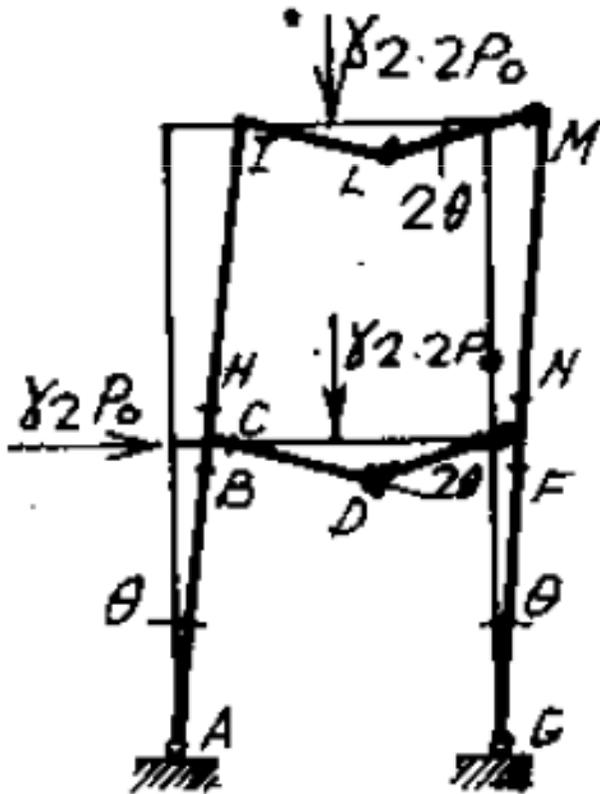
$$\lambda_1 = \gamma_1 / \rho = 8/3 = 2,666\dots\dots$$

$$2,66 < \lambda_c < 4$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

3) Scelta di un nuovo meccanismo e calcolo di  $\gamma_2$

Il diagramma di fig 9 suggerisce di porre ulteriori cerniere plastiche in L e D, M ed E. Un meccanismo plausibile è quello di fig 10



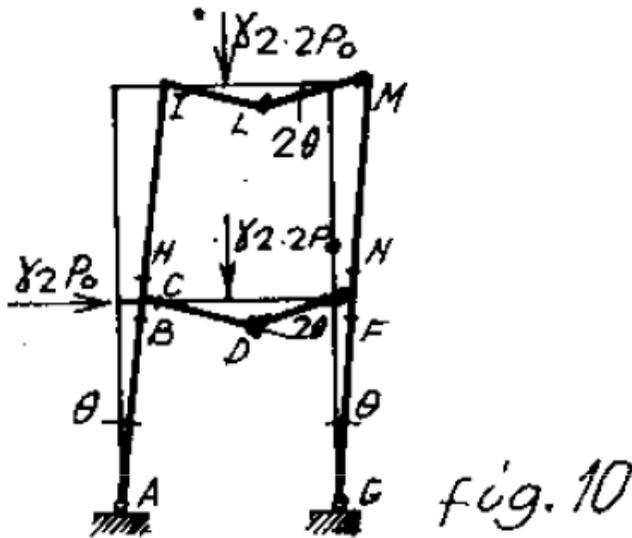
Applicando il P L V alla fig.(10)

$$\gamma_2 P_0 l \theta + 2 \cdot 2 \gamma_2 P_0 l / 2 \theta = 10 M_0 \theta$$

$$\gamma_2 = 10/3 = 3,33$$

fig. 10

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager



Verifica della conformità del meccanismo  
OSS: neppure il meccanismo nr 2 è globale,  
poiché le 6 cerniere rendono la struttura  
isostatica e non globalmente labile  
Avremo allora ancora un'indeterminazione  
sul diagramma dei momenti a collasso ma  
potremo trovare una distribuzione di  
momento staticamente equilibrata.

MI ed MC si possono trovare per  
sovrapposizione dei diagrammi elementari  
e si ha  $M_I = M_C = M_0/3$

Per determinare gli altri momenti occorre assumere  
un'incognita iperstatica

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

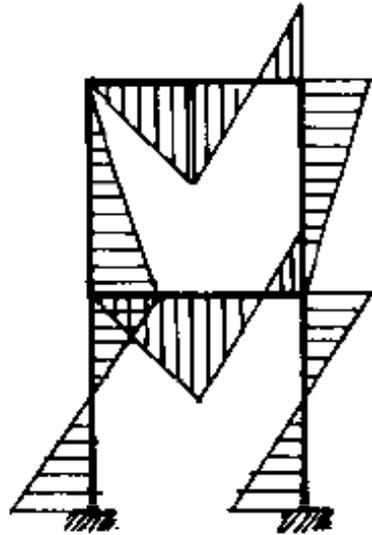


fig. 9

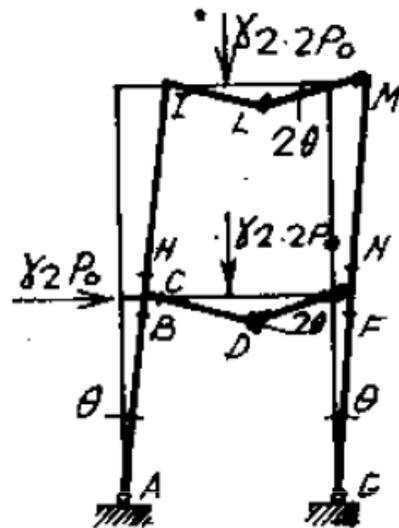


fig. 10

Per determinare  
gli altri momenti  
occorre assumere  
un'incognita  
iperstatica

Scegliamo dal diagramma di fig.9  $M_F = M_0$ . Dall'equilibrio del ritto FG si trova  $T_G = 2P_0$ . Dall'equilibrio alla traslazione globale si ha

$$T_A = 10/3 P_0 - T_G = 4/3 P_0$$

$$M_B = T_A l - M_0 = 1/3 P_0 l$$

Dall'equilibrio alla rotazione dei due nodi di fig. (7) si ha

$$M_N = 0 \quad M_H = 2/3 M_0$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

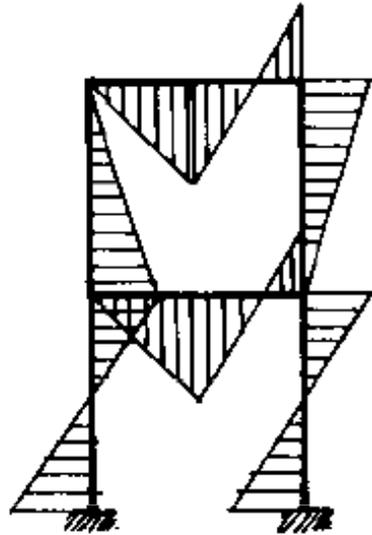


fig. 9

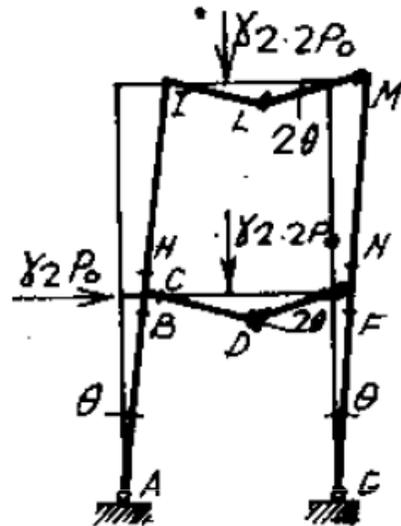


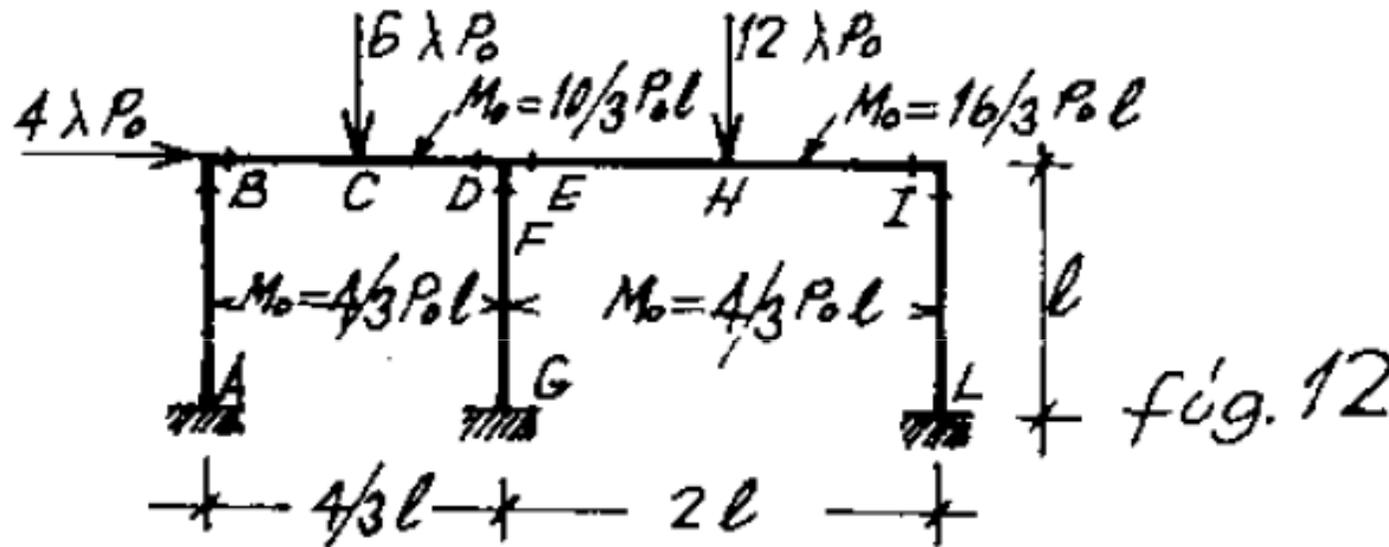
fig. 10

Il diagramma di fig.9 rispetta perciò la conformità; il meccanismo cinematicamente ammissibile dà luogo ad una distribuzione di momenti staticamente ammissibili perciò

$$\gamma_2 = \psi_2 = \lambda_c = 10/3$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

## Esempio nr 2



La struttura è 6 volte iperstatica ed ha 12 sezioni critiche

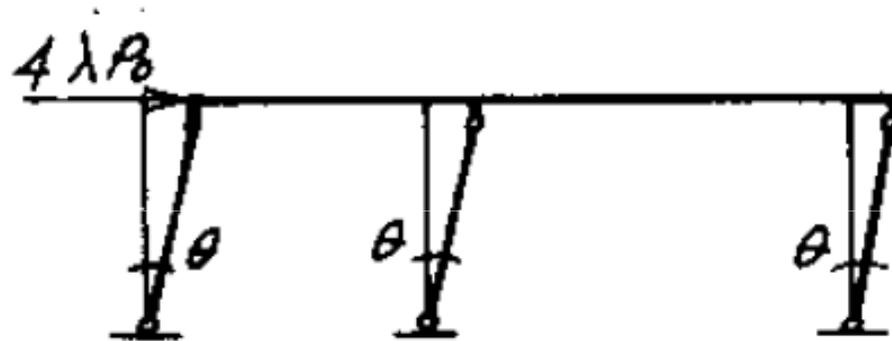
Nei pilastri si abbia  $M_0 = M_0' = -M_0'' = 4/3 P_0 l$

Nella trave BD sia  $M_0 = M_0' = -M_0'' = 10/3 P_0 l$

Nella trave EI sia  $M_0 = M_0' = -M_0'' = 16/3 P_0 l$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

1) Scelta del I° meccanismo  $\pi_1$  e calcolo di  $\gamma_1$

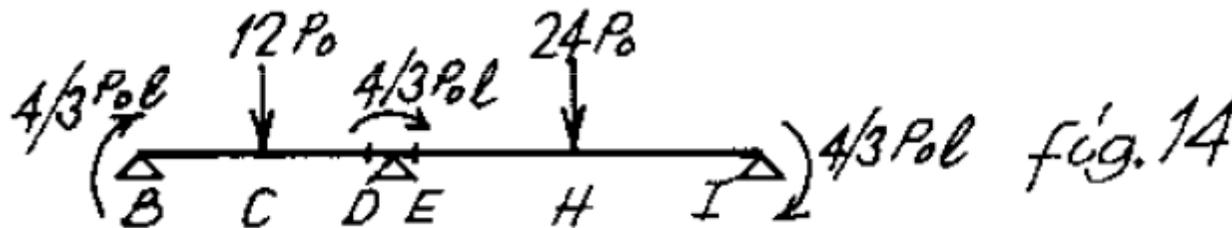


$$\gamma_1 \cdot 4 P_0 \cdot \theta = 6 \cdot \frac{4}{3} P_0 \cdot \theta = 8 P_0 \cdot \theta$$

$$\gamma_1 = 2$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Il meccanismo  $\pi_1$  è parziale , quindi la distribuzione dei momenti a collasso non è staticamente determinata  
Consideriamo la trave di fig 14



Dal meccanismo  $\pi_1$  sono noti  $M_F=M_B=M_I=4/3P_0l$   
La trave è una volta stat. indet., ma per rendere minima la violazione della conformità in C occorre assumere  $M_D=M_0=10/3 P_0l$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager



$$M_c = 4 P_0 l - (10/3 - 4/3) P_0 l / 2 = 9/3 P_0 l$$

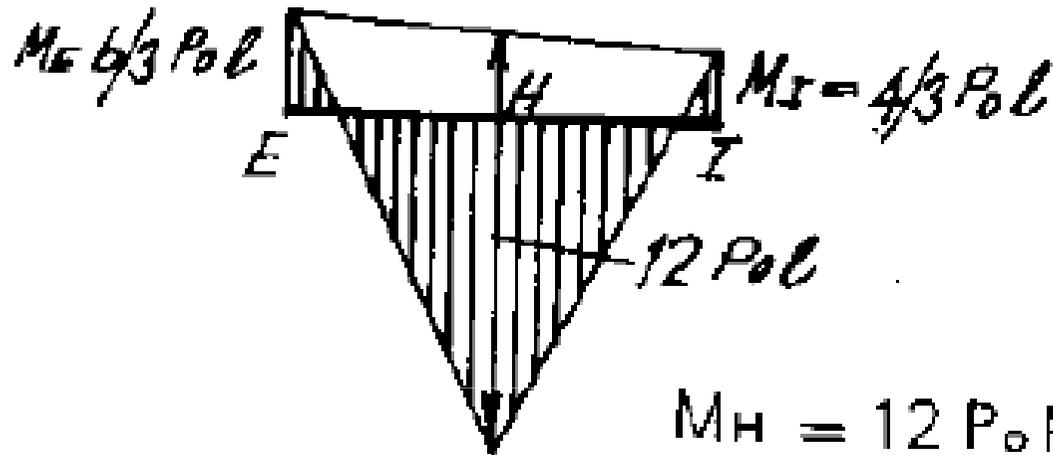
$$M_D = 10/3 P_0 l$$

$$M_E = 6/3 P_0 l$$

$$M_F = 4/3 P_0 l$$

Si determina  $M_E$  mediante l'equilibrio al nodo.

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager



$$M_H = 12 P_0 l - (M_E - M_I)/2 = 31/3 P_0 l$$

$$\rho = M_H / M_0 = 1,93$$

$$1.005 \leq \lambda_c \leq 2$$

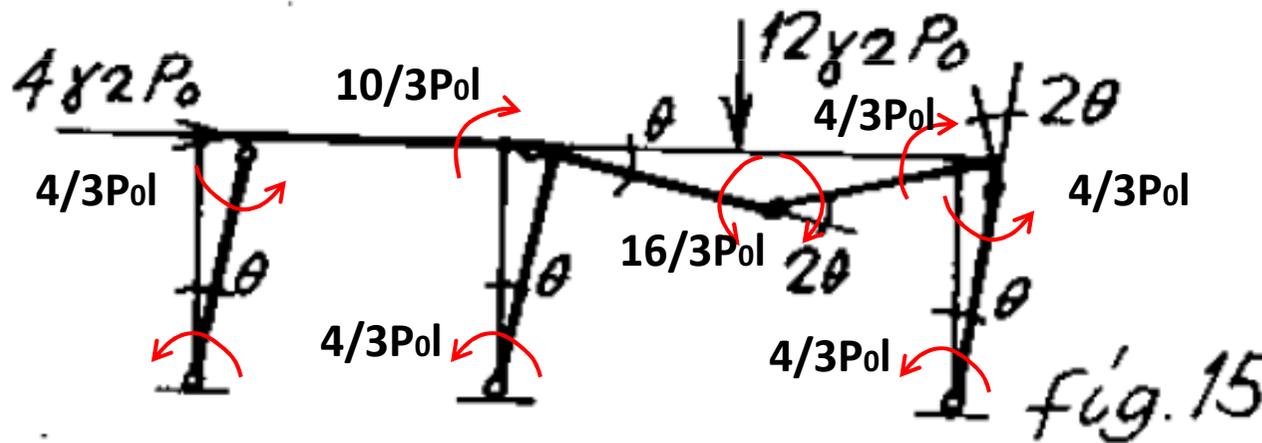
$$\psi_1 = \gamma_1 / \rho = 1.005$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Scelta di un secondo meccanismo  $\pi_2$  e calcolo di  $\gamma_2$

In base ai risultati precedenti si introduce una cerniera plastica in H.

Per permettere alla cerniera H di ruotare occorre spostare una cerniera da F a D. Il meccanismo  $\pi_2$  risulta



Dal P.L.V

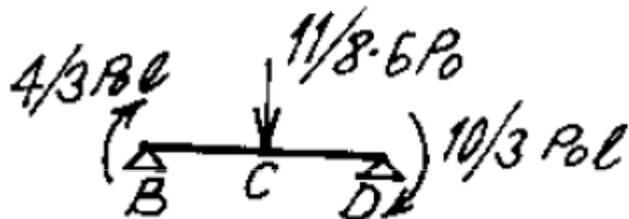
$$\gamma_2 4 P_0 \theta + \gamma_2 12 P_0 \theta = 6 \cdot 4/3 P_0 \theta + 10/3 P_0 \theta + 2 \cdot 16/3 P_0 \theta$$

$$\gamma_2 = 11/8 = 1.375$$

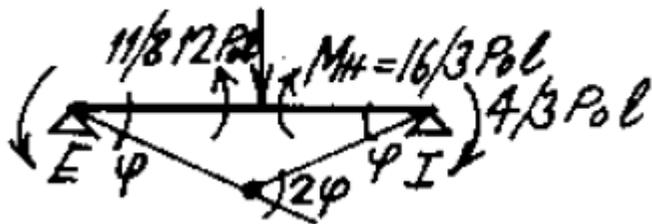
# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Verifica della conformità della distribuzione dei  
momenti

Il meccanismo è completo, quindi la distribuzione dei  
momenti è staticamente determinata



$$M_c = 7/4 P_0 l < M_0$$



Dal P.L.V

$$M_E = 27/6 P_0 l < 16/3 P_0 l$$

Dall'equilibrio del nodo

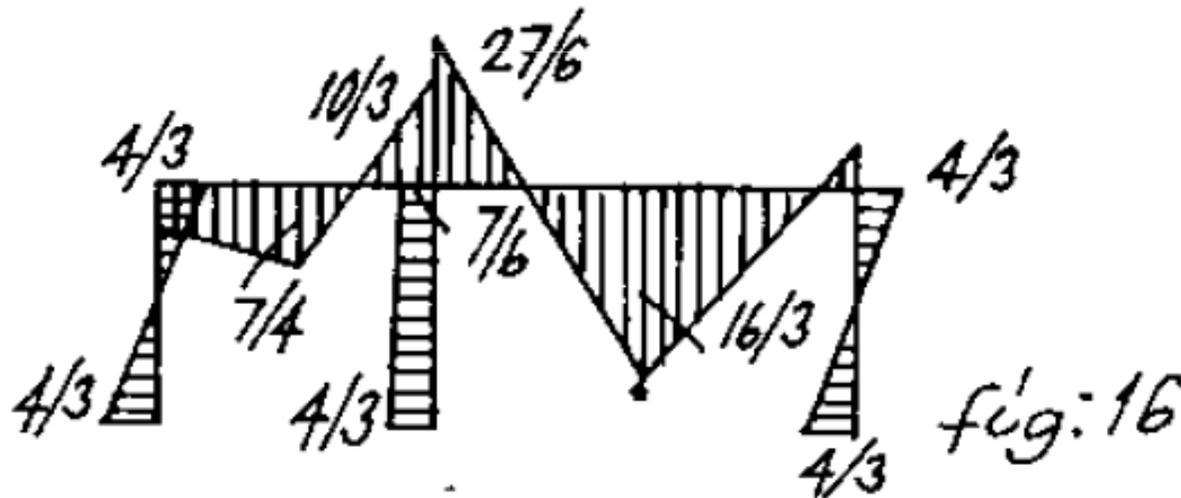
$$M_F = 7/6 P_0 l < 4/3 P_0 l$$

Poichè il meccanismo è anche staticamente ammissibile

$$\lambda_c = \gamma_2 = 1.375$$

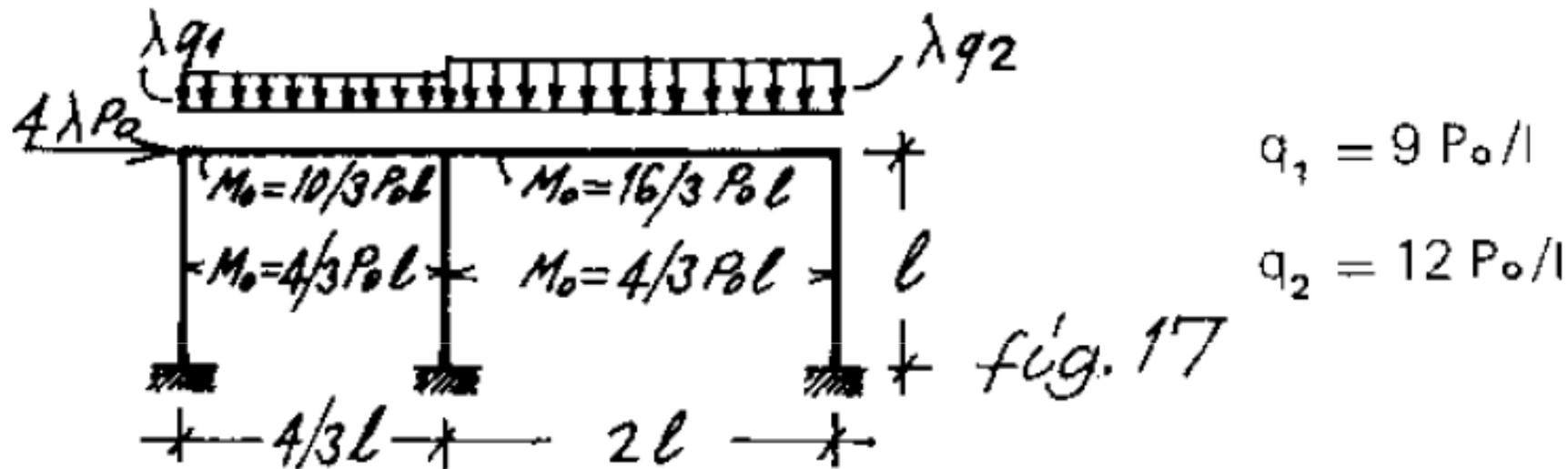
# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

La distribuzione dei momenti a collasso è data da



# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

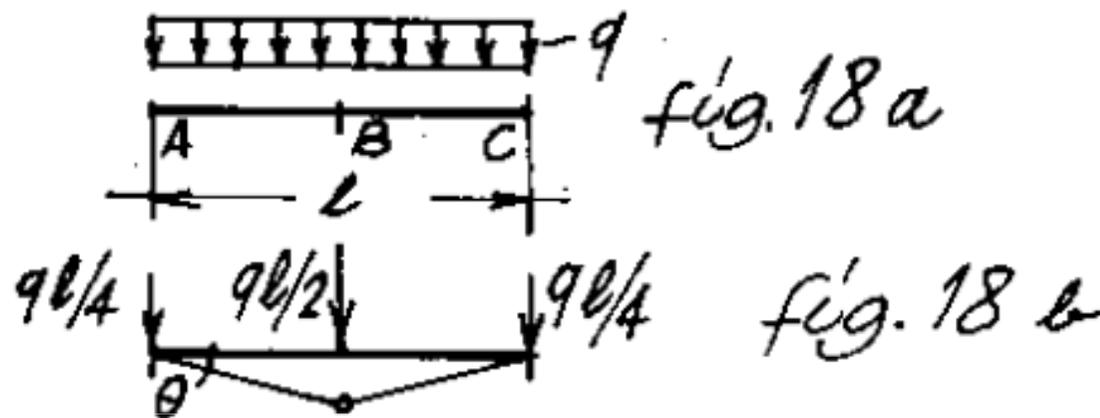
## Esempio nr 3



La geometria della struttura di fig. 17 è la stessa di quella dell'esercizio precedente, in questo caso però sono previsti i carichi distribuiti  $\lambda q_1$  e  $\lambda q_2$ .

Usando metodi che danno un limite superiore è conveniente come prima approssimazione ipotizzare che le cerniere plastiche si localizzino in mezzera od alle estremità delle travi caricate con carichi distribuiti. Cioè se si considera la trave di fig. (18a) si suppone, in prima approssimazione, che le possibili sezioni critiche siano A, B, C e si sostituisce il carico distribuito con una distribuzione di carichi concentrati ad esso equivalente staticamente fig.(18b)..

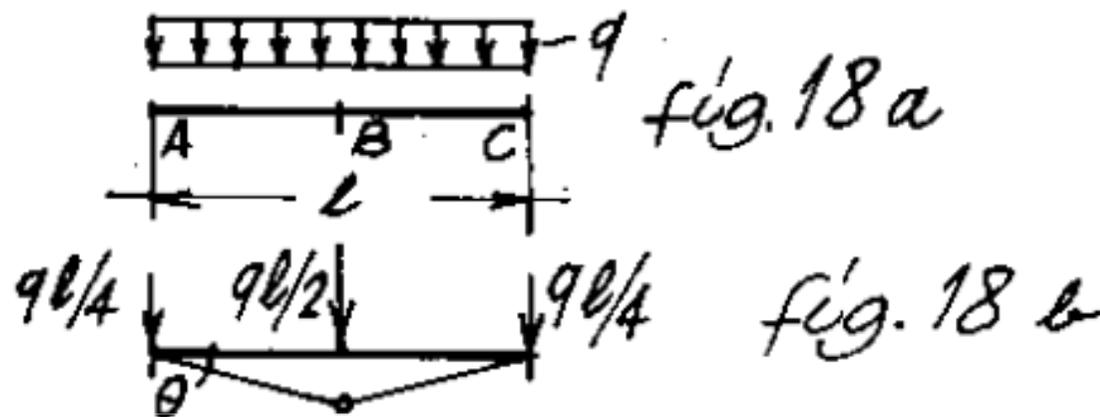
# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager



La particolare scelta del sistema di forze concentrate deriva dall'ipotesi di meccanismo fatta. In tal caso infatti il sistema delle forze concentrate (fig. 18b) compie ugual lavoro esterno di quello delle forze distribuite

$$L_e = q l / 2 \cdot l / 2 \cdot \theta$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

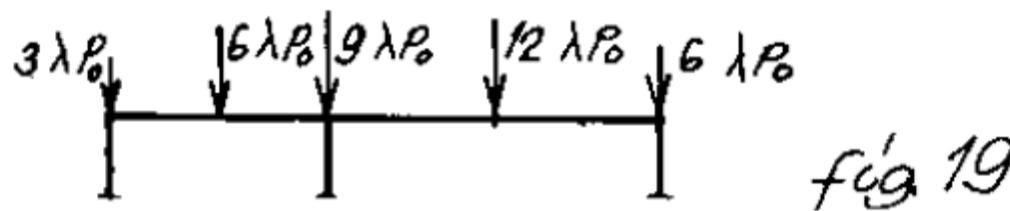


Quando si sia ottenuto un coefficiente cinematicamente ammissibile  $\gamma_1$  per la struttura soggetta ai carichi concentrati così ottenuti, si compie una verifica della ammissibilità per la distribuzione dei momenti flettenti in equilibrio col carico distribuito amplificato, ovviamente, del fattore  $\gamma_1$ . Se la conformità risulta violata si varia la posizione della cerniera plastica di mezzera e si calcola un nuovo moltiplicatore di collasso.

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Prendiamo in esame la struttura di fig. (17).

I carichi distribuiti  $q_1$  e  $q_2$  vengono sostituiti con i carichi concentrati equivalenti (fig. 19).

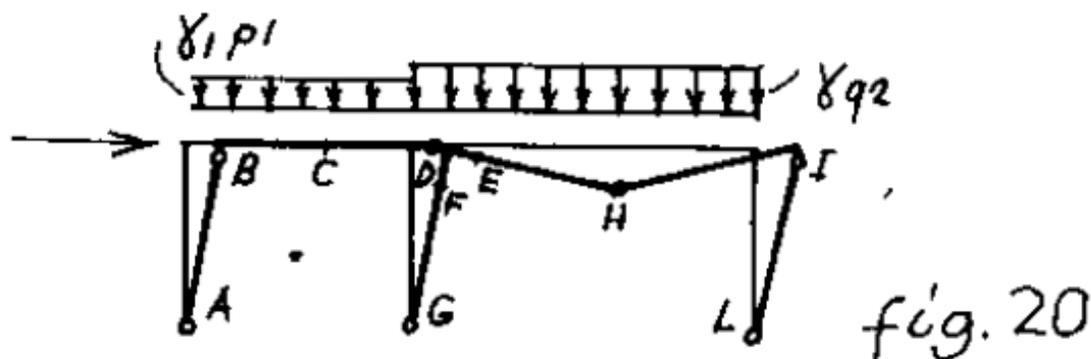


-  
Il problema, a meno delle azioni assiali sui pilastri, di cui non teniamo conto nella determinazione del moltiplicatore di collasso, risulta identico all'esempio precedente, per cui  $\lambda_c = 1,375$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

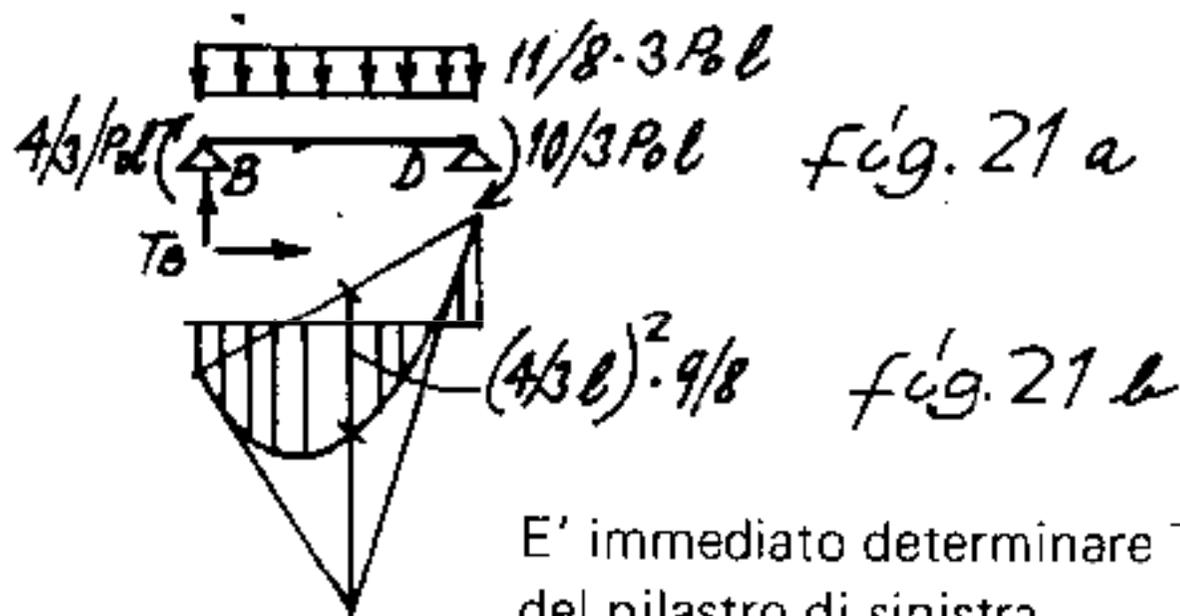
-  
Il problema, a meno delle azioni assiali sui pilastri, di cui non teniamo conto nella determinazione del moltiplicatore di collasso, risulta identico all'esempio precedente, per cui  $\lambda_c = 1,375$

Assumiamo questo come  $\gamma_1$ , ed il meccanismo di fig. 20 come meccanismo di collasso



# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

2) Calcolo di  $\psi_1$



E' immediato determinare  $T_B$ , sforzo assiale del pilastro di sinistra

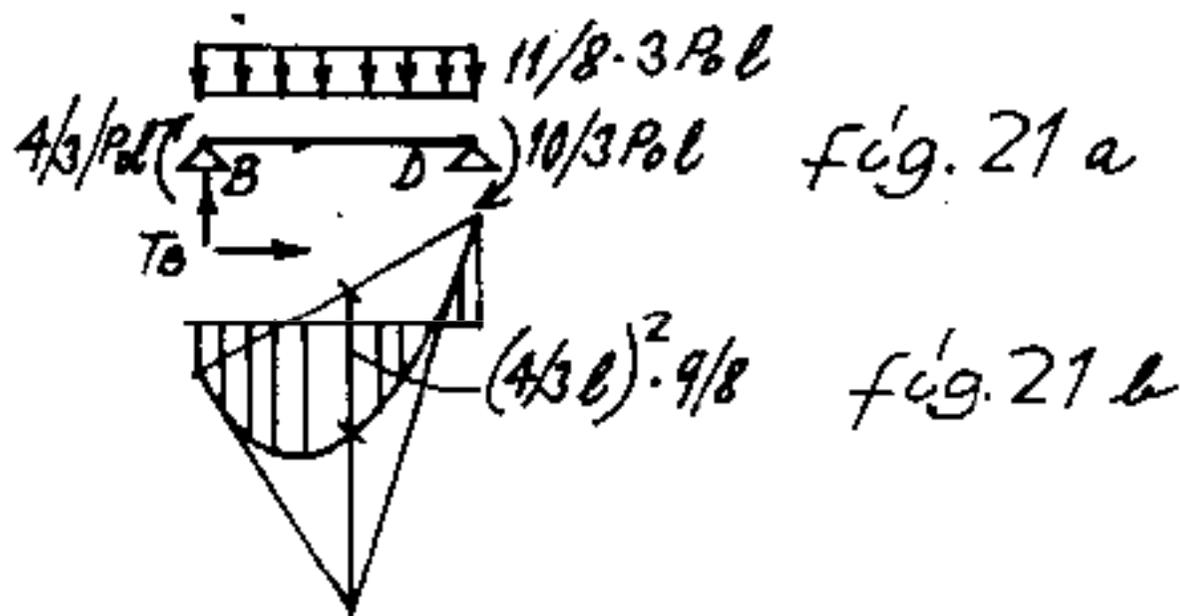
Facendo un equilibrio alla rotazione in D in fig. (21a)

$$14/3 P_0 l + T_B \cdot 4/3 l - 11/8 \cdot 9 P_0 l \cdot 4/3 l \cdot 2/3 l = 0$$

$$T_B = 19/4 P_0$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

2) Calcolo di  $\psi_1$

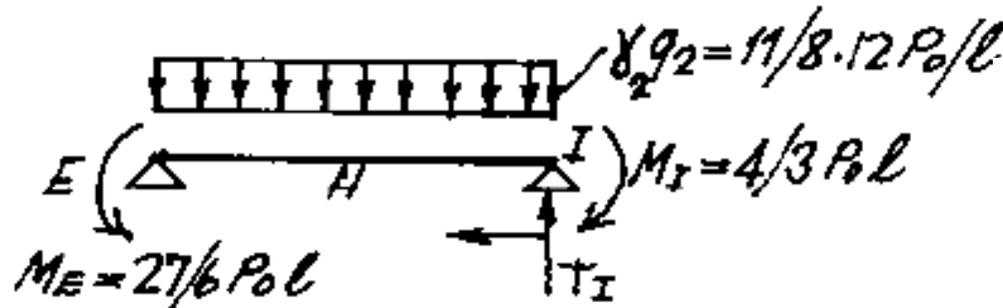


Determiniamo l'ascissa di momento max ( $T = 0$ )

$$19/4 P_0 - 11/8 \cdot 9 P_0/l \cdot x_M = 0 \quad x_M = 0,384 l$$

$$M_{\max} = M(x = 0,384 l) = 2,244 P_0 l < M_0 = 10/3 P_0 l$$

## Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager



Procedendo come per la trave BD si ottiene dall'equilibrio alla rotazione attorno ad E

$$T_I \cdot 2l + \frac{27}{6} P_0 l - \frac{4}{3} P_0 l - \frac{11}{8} \cdot 12 \cdot 2 P_0 l = 0$$

$$T_G = \frac{179}{12} = 14.916 P_0$$

l'ascissa  $x_M$  di taglio nullo è dato da

$$\frac{179}{12} P_0 - \frac{11}{6} \cdot 12 x \cdot P_0/l = 0 \quad \rightarrow x_M = 0.904 l$$

Il momento massimo  $M_{max}$  è dato da

$$M(x = 0,904 l) = \frac{179}{12} P_0 \cdot 0,904 l - \frac{4}{3} P_0 l - \frac{11}{8} \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot (0,904)^2 \rightarrow$$

$$M_{max} = 5,409 P_0 l > M_0 = \frac{16}{3} P_0 l$$

$$\rho = \frac{5,409}{16/3} = 1.01419$$

$$\psi_1 = \frac{\gamma_1}{\rho} = 1.3557 \quad \rightarrow \quad 1.355 < \lambda_c < 1,375$$

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

3) Scelta di un secondo meccanismo  $\pi_2$  e calcolo di  $\gamma_2$

Al meccanismo di fig. 20 si sostituisce quello di fig. 22 spostando la cerniera plastica dalla mezzeria a  $x_M = 0,904 l$

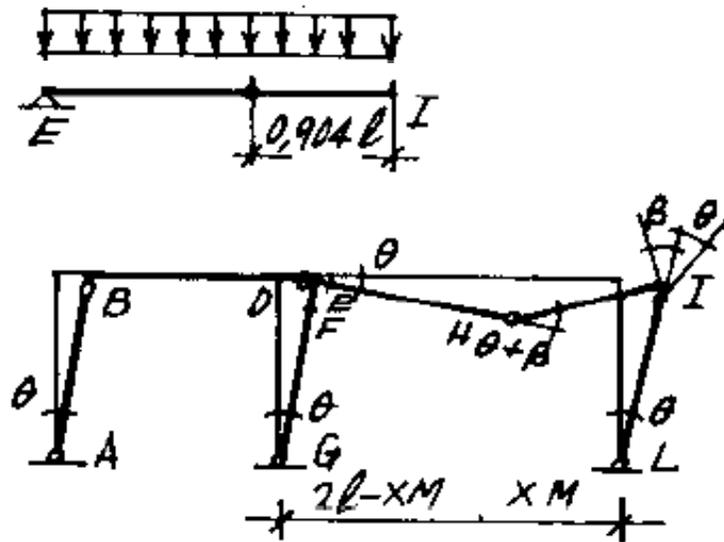


fig. 22

# Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

$$\beta = (2l - x_M) \cdot \theta / x_M$$

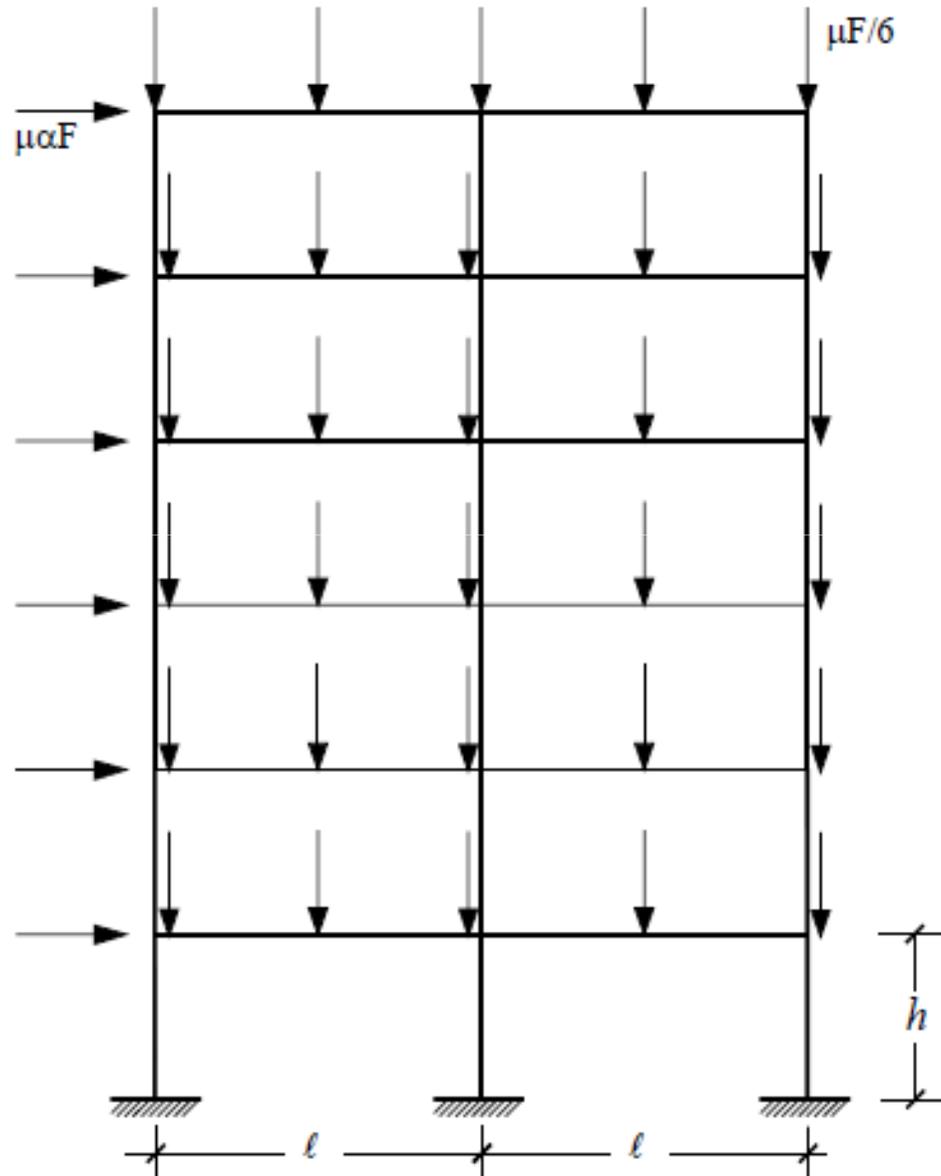
Dal PLV

$$\gamma_2 \left( 4 P_0 l \theta + \frac{1}{2} \gamma_2 \cdot 12 \cdot 2 P_0 \cdot \frac{11}{10} \theta \right) = 4 \cdot \frac{4}{3} P_0 l \theta + \frac{4}{3} \cdot \frac{20}{9} P_0 l \theta + \frac{10}{3} P_0 l \theta + \frac{16}{3} \cdot \frac{20}{9} P_0 l \theta$$

$$\gamma_2 = 1.365$$

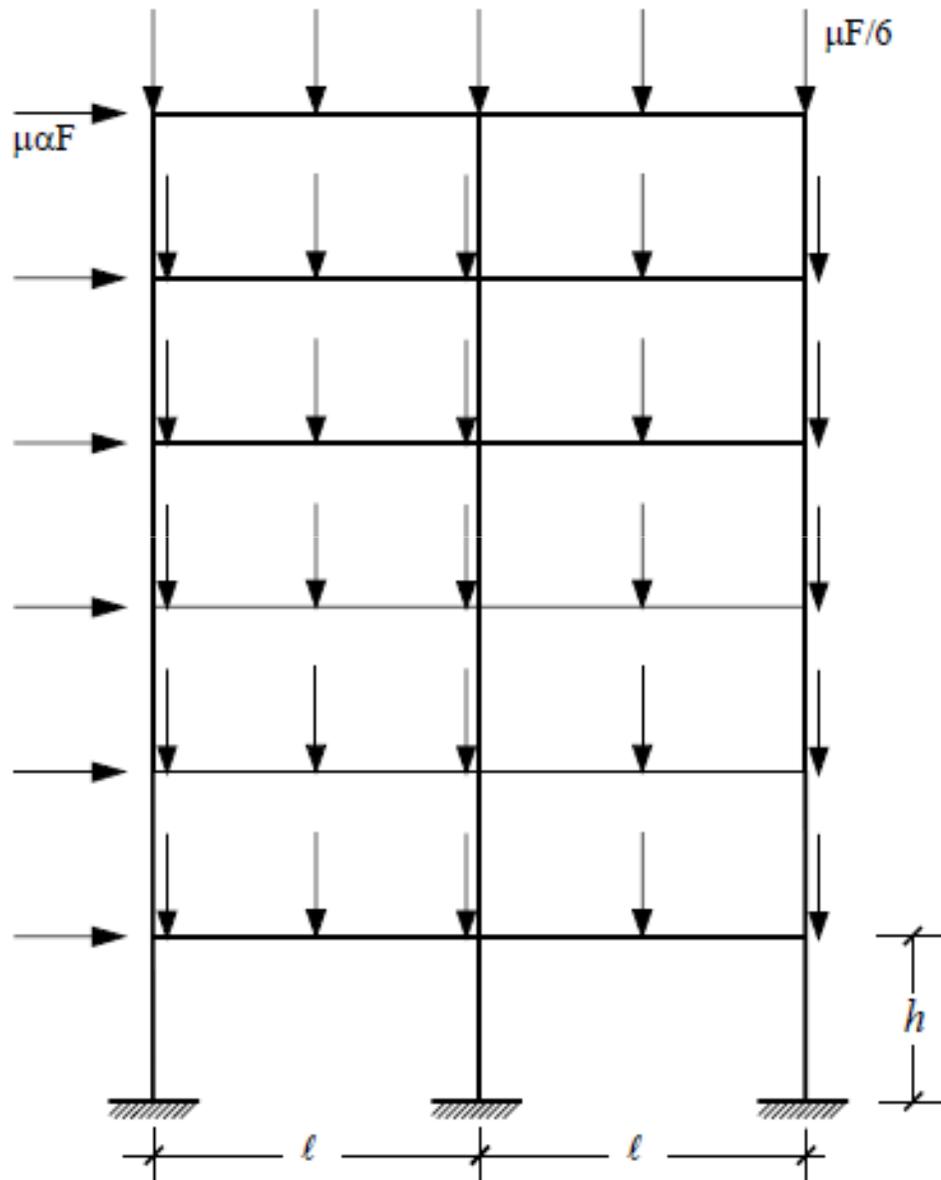
Anche  $\gamma_2$  risulta un moltiplicatore non staticamente ammissibile e quindi, per ridurre ulteriormente l'intervallo, che ora risulta  $\psi_1 = 1,355 < \lambda_c < \gamma_2 = 1,365$ , occorrono altre iterazioni.

# Analisi limite di telai piani multipiano



Si consideri un telaio piano soggetto a carichi verticali ed orizzontali crescenti monotonamente con il moltiplicatore  $\mu$ . Per semplicità si assume che tutte le travi abbiano medesimo momento plastico  $M_{t0}$  e analogamente per le colonne  $M_{c0}$

# Analisi limite di telai piani multipiano

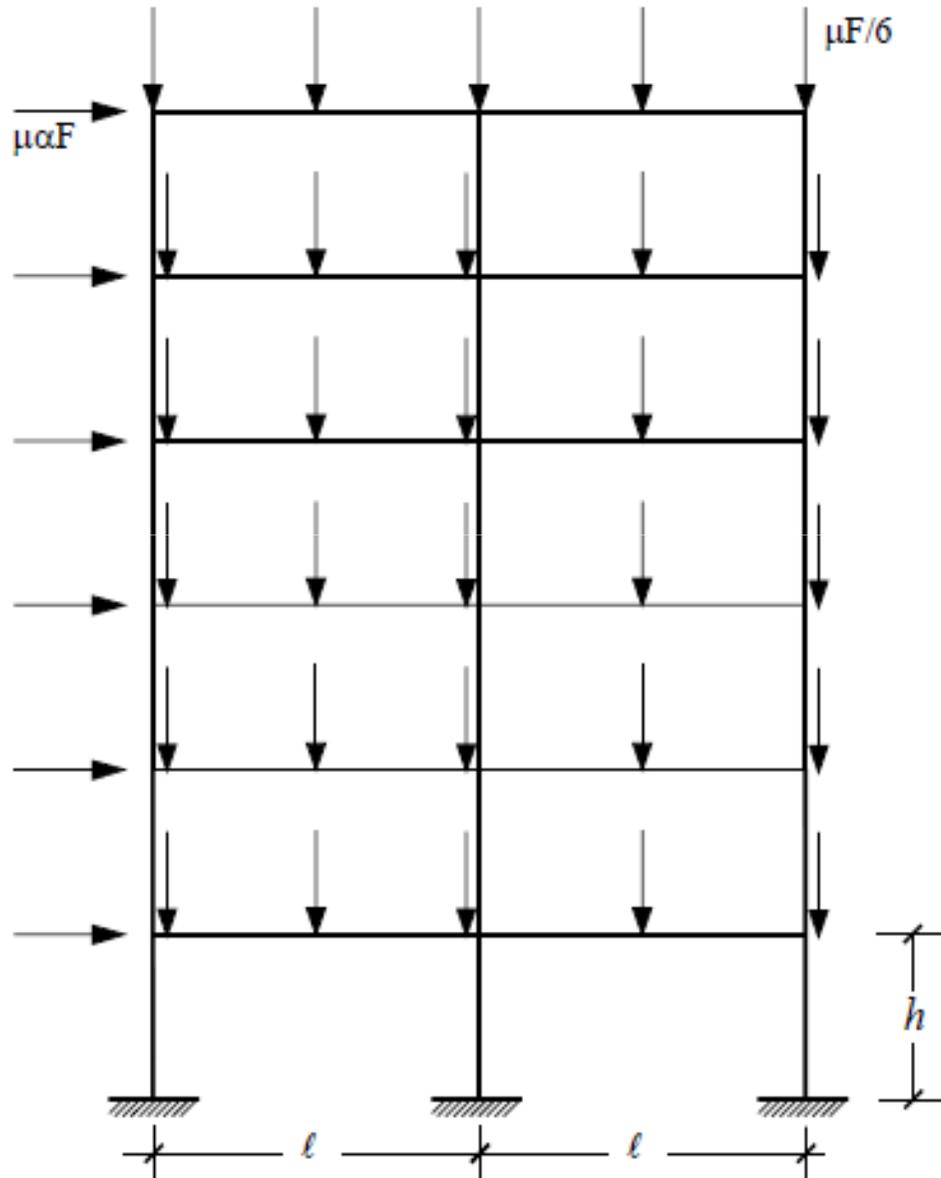


Si escludano effetti di grandi spostamento e rotazioni e l'influenza dello sforzo normale sul momento plastico.

Il telaio risulta  $n_i = (2 \times 3 \times 6) = 36$  volte iperstatico;

meccanismi di collasso globale cinematicamente sufficienti includono 37 cerniere plastiche.

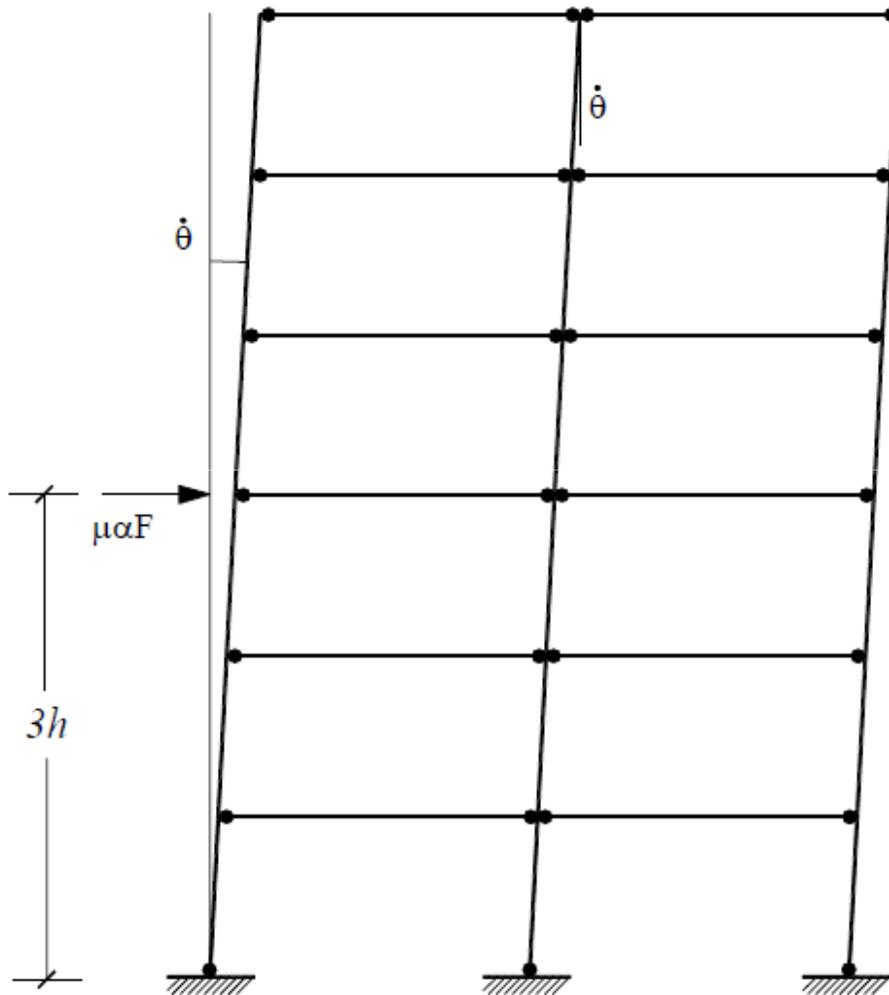
# Analisi limite di telai piani multipiano



Si ricorda che attraverso il teorema cinematico è possibile determinare il moltiplicatore di carico  $\mu_k$ , valutando la potenza dissipata interna  $D_k$  e la potenza  $\dot{W}_{k,ext}$  esterna applicando la seguente relazione:

$$\mu_k = \frac{D_k}{\dot{W}_{k,ext}}$$

# Analisi limite di telai piani multipiano



**Meccanismo n.1 (globale).**

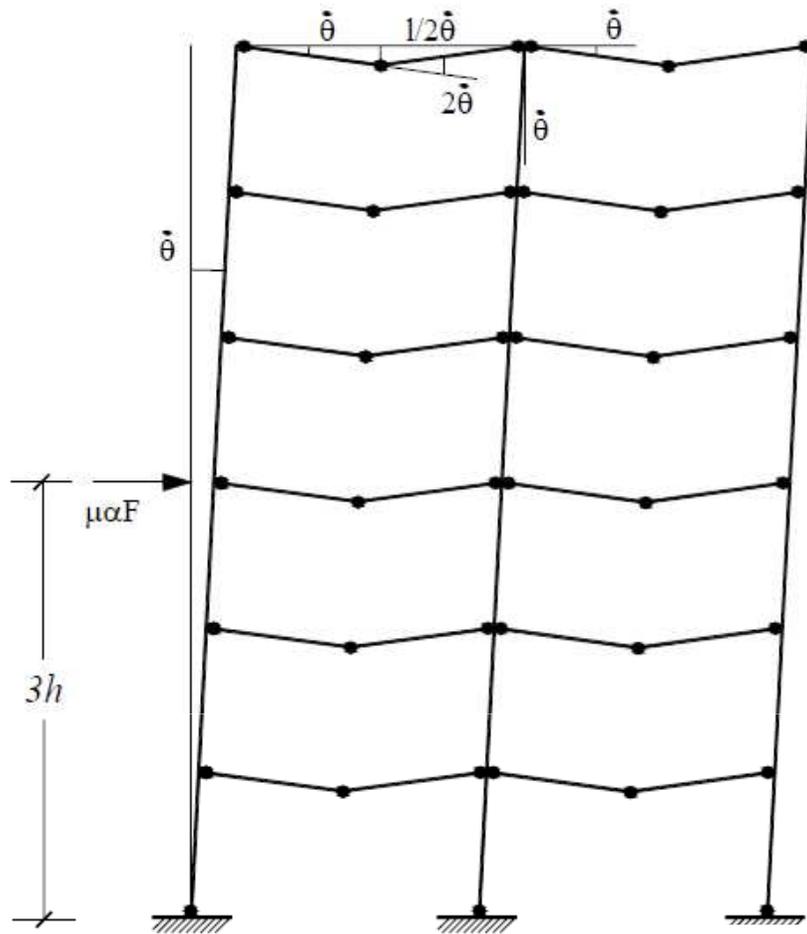
**Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere alle estremità delle travi ed alla base delle colonne**

$$D_{k1} = 3M_{0c} \dot{\theta} + 4 \times 6M_{0t} \dot{\theta} = 3(M_{0c} + 8M_{0t}) \dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k1,ext} = \alpha F (1+2+3+4+5+6) h \dot{\theta} = 21\alpha F h \dot{\theta}$$

$$\mu_{k1} = \frac{M_{0c} + 8M_{0t}}{7\alpha F h}$$

# Analisi limite di telai piani multipiano



## Meccanismo n.2 (globale)

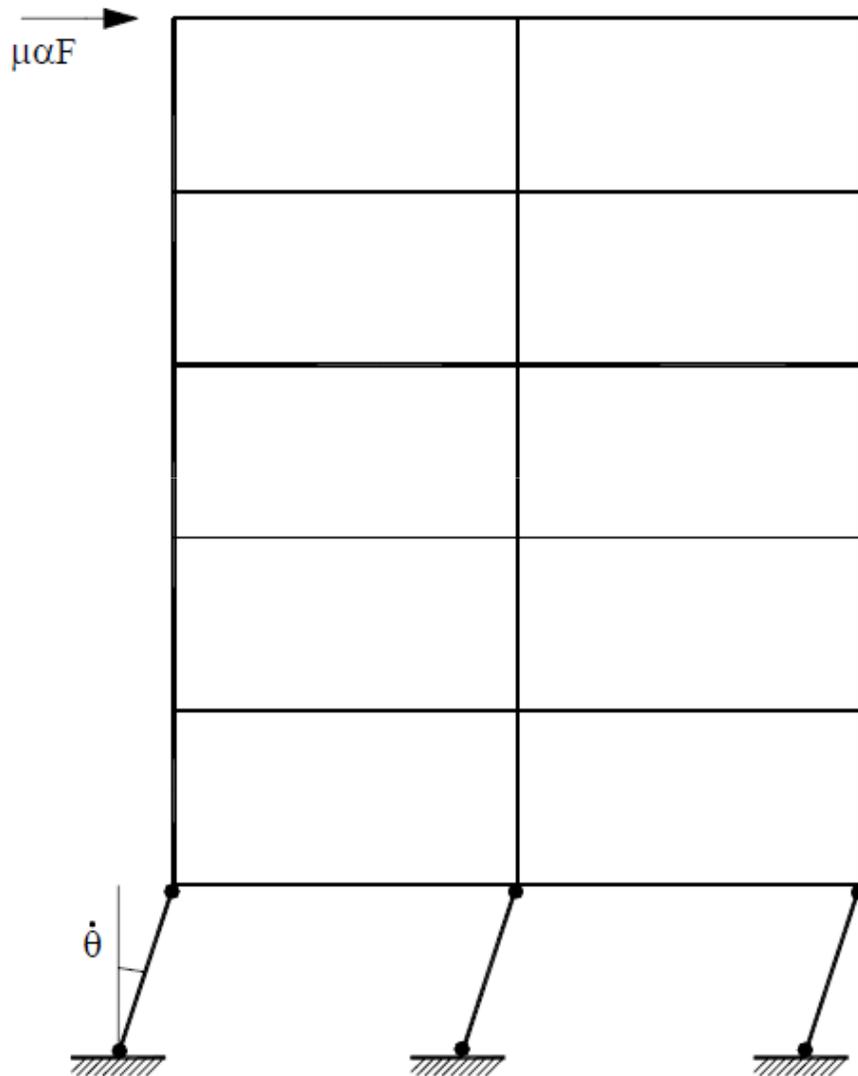
Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere nella mezzeria ed in una estremità delle travi ed alla base delle colonne

$$D_{k2} = 3M_{0c} \dot{\theta} + 2 \times 6M_{0t} 2\dot{\theta} + 2 \times 6M_{0t} \dot{\theta} = 3(M_{0c} + 12M_{0t}) \dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k2,ext} = 21\alpha Fh\dot{\theta} + 2 \frac{F}{6} \frac{\ell}{2} \dot{\theta} = F \left( \frac{\ell}{6} + 21\alpha h \right) \dot{\theta} = \frac{Fh}{6} \left( \frac{\ell}{h} + 126\alpha \right) \dot{\theta}.$$

$$\mu_{k2} = \frac{18(M_{0c} + 12M_{0t})}{Fh \left( \frac{\ell}{h} + 126\alpha \right)} = \frac{M_{0c} + 12M_{0t}}{7\alpha Fh \left( 1 + \frac{\ell}{126\alpha h} \right)}$$

## Analisi limite di telai piani multipiano



***Meccanismo n.3 (locale o di piano).***

**Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere alle estremità delle colonne del primo piano, generando così un meccanismo locale.**

$$D_{k3} = 6M_{0c} \dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k3,ext} = 6\alpha Fh \dot{\theta}$$

$$\mu_{k3} = \frac{M_{0c}}{\alpha Fh}$$

# Analisi limite di telai piani multipiano

Adottando le seguenti adimensionalizzazioni:  $\bar{\mu}_k = \frac{\mu_k Fh}{M_{0c}}$ ,  $\bar{M} = \frac{M_{0t}}{M_{0c}}$

le equazioni dei moltiplicatori di collasso opportunamente elaborate diventano

$$(1) \quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha} \bar{M}$$

$$(2) \quad \bar{\mu}_{k2} = \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} + \frac{12}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} \bar{M}$$

$$(3) \quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{\alpha}$$

che risultano rette nel piano adimensionalizzato  $(\bar{M} - \bar{\mu}_k)$

# Analisi limite di telai piani multipiano

Si osserva che l'intercetta sull'asse  $\bar{\mu}_x$  della retta (1) risulta sempre maggiore di quella della retta (2) infatti:

$$A_1 = \left\{ 0, \frac{1}{7\alpha} \right\}; \quad A_2 = \left\{ 0, \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} \right\}$$

$$\frac{1}{7\alpha} > \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} \Rightarrow \alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} > \alpha \Rightarrow \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} > 0 \quad \forall \frac{\ell}{h} > 0$$

Si determinino ora le intersezioni della retta (1) con la retta (3) (punto  $B_1$ ) ed l'intersezione della retta (2) con la retta (3) (punto  $B_2$ )

$$B_1 = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{\alpha} \right\}; \quad B_2 = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\alpha} \right\};$$

è ora possibile distinguere due casi:

1. se  $\frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} < 54$  allora l'ascissa del punto  $B_2$  risulta minore di quella del punto  $B_1$

$$\bar{M}_{B_2} < \bar{M}_{B_1} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} < \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha > \frac{1}{54} \frac{\ell}{h} \Rightarrow \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} < 54;$$

2. se  $\frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} > 54$  allora l'ascissa del punto  $B_2$  risulta maggiore di quella del punto  $B_1$

$$\bar{M}_{B_2} > \bar{M}_{B_1} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} > \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha < \frac{1}{54} \frac{\ell}{h} \Rightarrow \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} > 54.$$

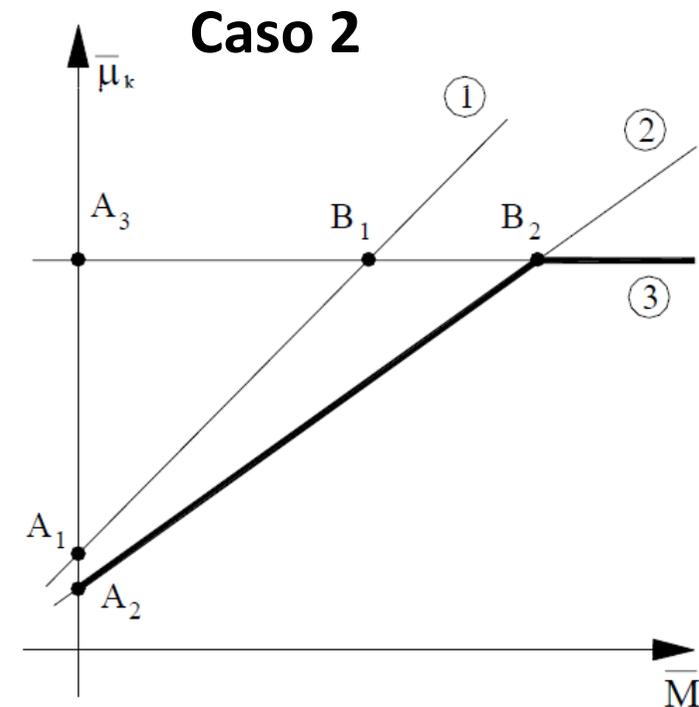
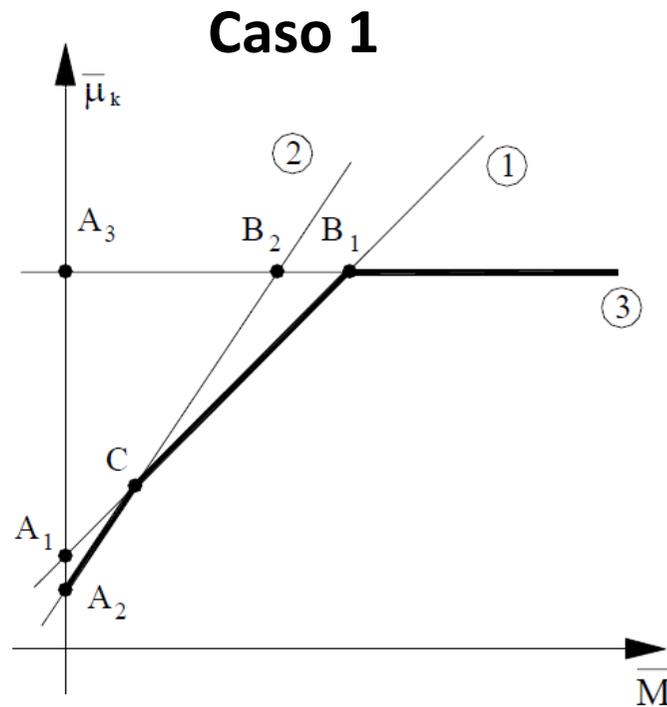
# Analisi limite di telai piani multipiano

## Rappresentazione grafica delle rette

$$(1) \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha} \bar{M}$$

$$(2) \bar{\mu}_{k2} = \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} + \frac{12}{7\left(\alpha + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h}\right)} \bar{M}$$

$$(3) \bar{\mu}_{k3} = \frac{1}{\alpha}$$



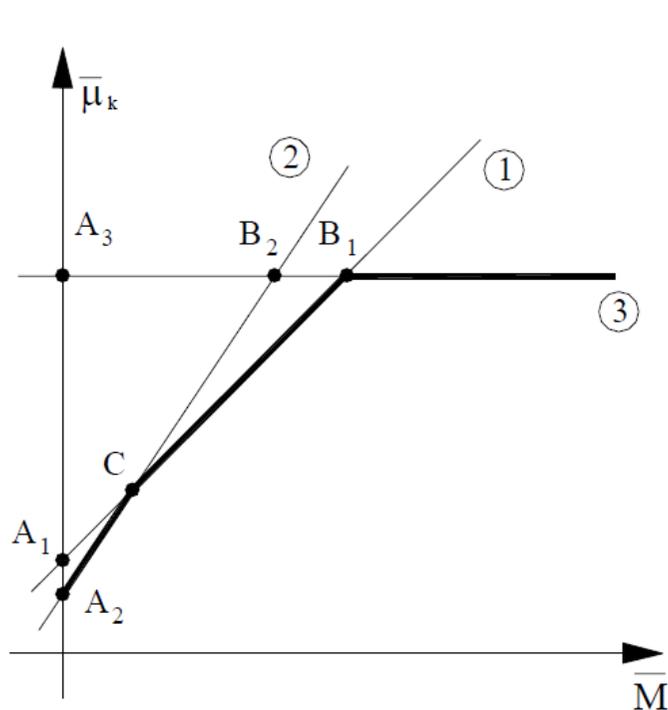
# Analisi limite di telai piani multipiano

Caso 1

Nel caso 1 esiste una intersezione (punto C), nella regione  $\left\{ \bar{M} > 0; 0 \leq \bar{\mu}_k \leq \frac{1}{\alpha} \right\}$ , tra la retta (1) e la retta (2) che presenta le seguenti coordinate:

$$C = \left\{ \frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)}, \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha} \frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)} \right\}$$

## Caso 1 Minimo moltiplicatore cinematico ammissibile



$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} \\ \bar{\mu}_{k1} \\ \bar{\mu}_{k3} \end{cases}$$

$$0 \leq \bar{M} \leq \frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)}$$

$$\frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)} \leq \bar{M} \leq \frac{3}{4}$$

$$\bar{M} \geq \frac{3}{4}$$

# Analisi limite di telai piani multipiano

Nel caso 2 non esiste una intersezione, nella regione  $\left\{ \bar{M} > 0; 0 \leq \bar{\mu}_k \leq \frac{1}{\alpha} \right\}$ , tra la retta (1) e la retta (2), ne consegue che la retta (2) nella regione sopra specificata fornisce valori del moltiplicatore di carico inferiori.

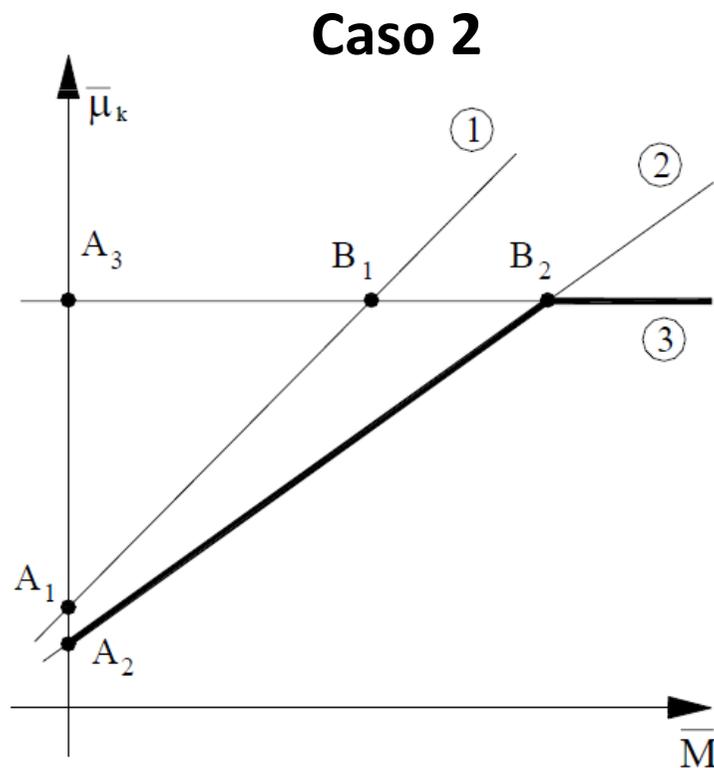


Fig. 2.45

**Minimo moltiplicatore cinematico ammissibile**

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} \\ \bar{\mu}_{k3} \end{cases}$$

$$0 \leq \bar{M} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}$$

$$\bar{M} \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}$$

# Analisi limite di telai piani multipiano

Si osservi che al variare di  $M$ , quindi del rapporto tra la resistenza plastica delle travi e delle colonne, si presentano, sia nel caso 1 che nel caso 2 delle transizioni; nel caso 1 si passa dal meccanismo 2 al meccanismo 1 e dal meccanismo 1 al meccanismo 3, nel caso 2 si passa dal meccanismo 2 al meccanismo 3.

Si può verificare che i moltiplicatori adimensionalizzati  $(\bar{\mu}_{k1}, \bar{\mu}_{k2}, \bar{\mu}_{k3})$  e quindi dei moltiplicatori  $(\mu_{k1}, \mu_{k2}, \mu_{k3})$  sono anche staticamente ammissibili.

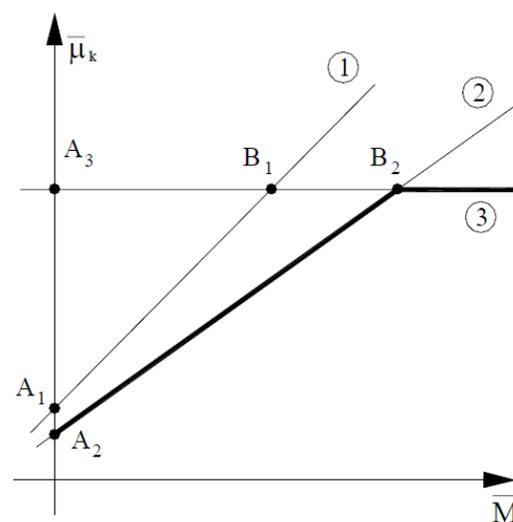
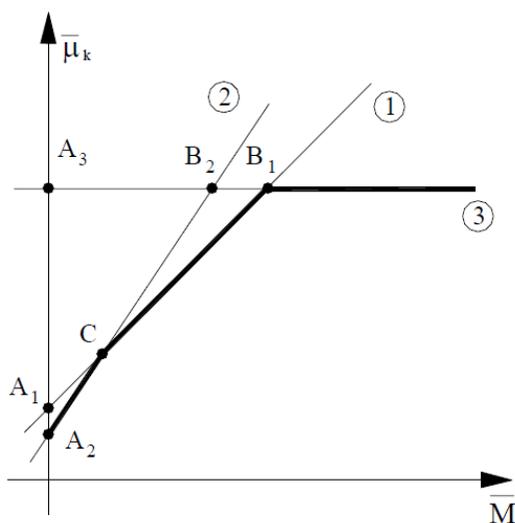


Fig. 2.45

# Analisi limite di telai piani multipiano

## Esempio numerico

Si fissino i seguenti dati:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.1 \\ \frac{\ell}{h} = \frac{800}{300} \approx 2.67 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} = 26.7 < 54 \Rightarrow \text{caso 1.}$$

Risulta possibile determinare le coordinate del punto C

$$C = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)} \approx 0.09, \quad \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha} \frac{\frac{1}{126} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha}}{4 \left( 1 - \frac{1}{63} \frac{\ell}{h} \frac{1}{\alpha} \right)} \approx 2.46 \end{array} \right\}$$

Quindi il minimo moltiplicatore cinematicamente ammissibile (adimensionalizzato)  $\bar{\mu}_k$  risulta

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} & 0 \leq \bar{M} \leq 0.09 \\ \bar{\mu}_{k1} & 0.09 \leq \bar{M} \leq \frac{3}{4} \\ \bar{\mu}_{k3} & \bar{M} \geq \frac{3}{4} \end{cases}$$