



Fondamenti di Automatica

Introduzione

Dott. Ing. Marcello Bonfè

Dipartimento di Ingegneria - Università di Ferrara

Tel. +39 0532 974839

E-mail: marcello.bonfe@unife.it



Introduzione

OBIETTIVI E PROGRAMMA DEL CORSO



Obiettivi formativi

- ➔ Fornire le conoscenze di base per l'analisi ed il controllo di sistemi dinamici di interesse ingegneristico (elettrici, elettronici, meccanici..)
 - Elementi di matematica e fisica
 - Proprietà strutturali dei sistemi dinamici
 - Stabilità dei sistemi dinamici
 - Stabilizzazione tramite controllo
 - Sintesi in frequenza dei sistemi di controllo
 - Applicazioni ingegneristiche (Automazione e altro!)



Note

Fondamenti di Automatica è un corso da 9 CFU per il Corso di Laurea in **Ingegneria Elettronica e Informatica (Ingegneria dell'Informazione)**

Il corso è in comunanza con **Controlli Automatici**, per il Corso di Laurea in **Ingegneria Meccanica**, e **Fondamenti di Automatica**, per il Corso di Laurea in **Informatica**, entrambi corsi da 6 CFU

Il ciclo di lezioni è unico, gli studenti dei corsi da 6 CFU sono dispensati dallo svolgimento delle ore di lezione nella parte finale del ciclo, per gli argomenti corrispondenti ai 3 CFU aggiuntivi



Modalità d'esame: Fondamenti di Automatica (9CFU)

➔ PROVA SCRITTA:

- 6 esercizi (3 punti per esercizio)
 - MAX 18 punti
 - MIN (soglia) 9 punti
- 8 test a risposta multipla (1,5 punti per test)
 - MAX 12 punti
 - MIN (soglia) 6 punti

➔ PROVA ORALE (facoltativa):

- Punteggio aggiuntivo: da +3 a -1

- ➔ Entrambe le prove devono essere svolte **nello stesso appello**. Qualora la prova scritta venga ripetuta dallo studente, verrà considerata valida l'ultima **consegnata**.



Modalità d'esame: Controlli Automatici / FdA (6CFU)

➔ PROVA SCRITTA:

- 10 esercizi (3 punti per esercizio)

➔ PROVA ORALE: non prevista

- ➔ Qualora la prova scritta venga ripetuta dallo studente, verrà considerata valida l'ultima **consegnata**.



- Dispense fornite dal docente
- Testi consigliati (per approfondimento):
 - *Fondamenti di controlli automatici* – P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni (McGraw-Hill)
 - *Controlli automatici* – G.Marro (Zanichelli)
 - *Teoria dei sistemi e del controllo* – G.Marro (Zanichelli)
 - *Controlli automatici* – R.C.Dorf, R.H. Bishop (Pearson)



Programma del corso

1. a) Modelli matematici per sistemi dinamici

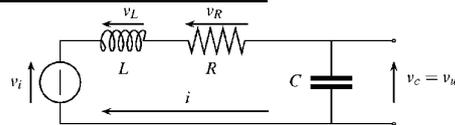
- Modelli a tempo continuo e a tempo discreto
- Modelli lineari e nonlineari
- Modelli stazionari e non stazionari

STRUMENTI UTILIZZATI: MATEMATICA E FISICA

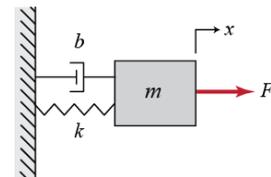
- Leggi base della fisica:

Ohm /

Kirchhoff,



Newton:



- Equazioni differenziali (nonlineari / lineari)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$



Programma del corso - 1

1. b) Proprietà strutturali dei sistemi dinamici

- Stabilità (del moto o di stati di equilibrio) rispetto a perturbazioni dello stato iniziale e dell'ingresso
- Raggiungibilità e controllabilità dello stato
- Osservabilità e ricostruibilità dello stato

STRUMENTI UTILIZZATI: ALGEBRA E GEOMETRIA

- Operazioni su matrici (prodotto, inversione, ecc.)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \frac{\text{agg}(A)}{\det(A)} \quad P = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots \end{bmatrix}$$
$$\text{rango}(P) = n$$

- Calcolo e studio di autovalori

$$a(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0$$



Programma del corso - 1a

1. b) Più in dettaglio: analisi di sistemi dinamici lineari e stazionari

- Determinazione del moto e della risposta
- Matrice di transizione e proprietà
- Modi e proprietà (analisi modale)
- Risposta impulsiva
- Passaggio dal tempo continuo al discreto
- Modelli equivalenti e forma minima
- Stabilità e retroazione stato-ingresso / uscita-ingresso
- Osservatori asintotici dello stato
- Retroazione dello stato stimato tramite osservatore



Programma del corso - 2

2. Sistemi lineari e stazionari ad un ingresso ed una uscita (Single Input Single Output, SISO)

- Funzioni di trasferimento (F.d.t.) e schemi a blocchi
- Passaggio da modelli ingresso-stato-uscita a F.d.t.
- Risposte canoniche
- Analisi armonica e diagrammi di Bode
- Sistemi a fase minima e formula di Bode
- Stabilità dei sistemi in retroazione
- Criterio di Routh
- Luogo delle radici
- Errori a regime e tipo del sistema



Programma del corso - 2

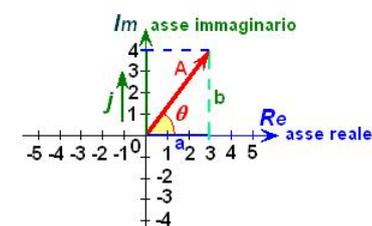
2. Sistemi lineari e stazionari ad un ingresso ed una uscita (Single Input Single Output, SISO)

STRUMENTI UTILIZZATI: ANALISI MATEMATICA

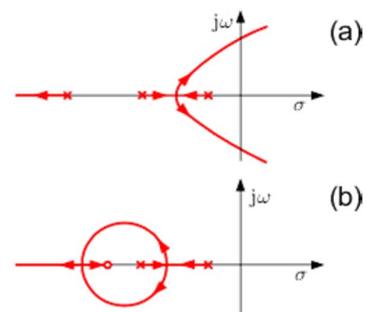
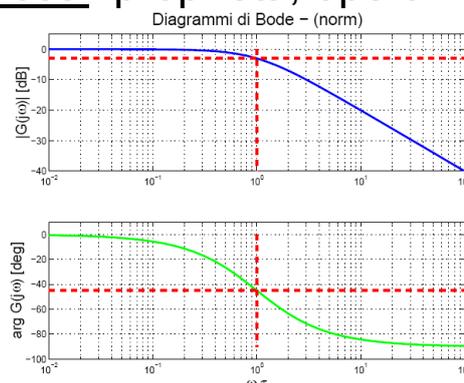
- Trasformazioni funzionali (Laplace)

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} F(s)e^{st} ds$$

- Numeri complessi: proprietà, operazioni, metodi grafici



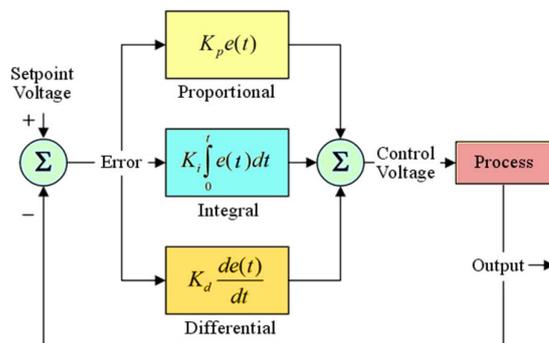
$$z = x + iy = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$



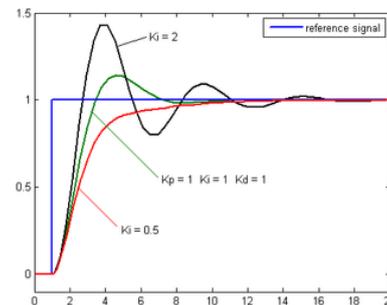
SOLO per Fondamenti di Automatica (9 crediti)

3. Progetto di sistemi di controllo

- Specifiche nel dominio dei tempi
- Specifiche nel dominio delle frequenze
- Sensitività, banda passante e margini di stabilità
- Reti correttrici e relativa sintesi
- Regolatori standard PID e relativa sintonizzazione



pag. 13



Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Introduzione CONCETTI FONDAMENTALI CENNI STORICI

pag. 14

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Concetti introduttivi

- ➔ **CONTROLLO**: **azione** che si compie su un **sistema** (dispositivo, macchina, processo...) per modificarne il comportamento
 - come osservare il comportamento? **Misure**
 - come eseguire l'azione? **Variabili manipolabili**
- ➔ **Controllo manuale**: eseguito da un umano
- ➔ **Controllo automatico**: eseguito da un apparato opportunamente progettato e costruito
- ➔ **AUTOMATICA**: insieme delle discipline orientate allo studio del comportamento dei sistemi ed all'analisi e progetto del loro controllo automatico



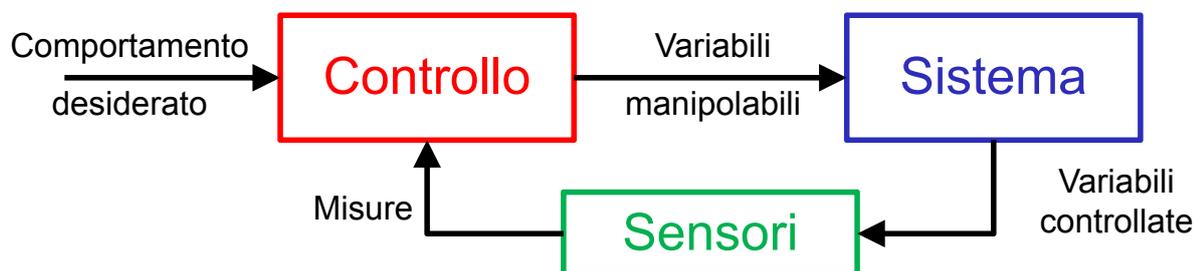
Concetti introduttivi - 1

- ➔ **TECNOLOGIE DEI SISTEMI DI CONTROLLO**: insieme delle attività ingegneristiche finalizzate al progetto ed alla realizzazione degli apparati preposti al controllo automatico di un sistema
- ➔ **AUTOMAZIONE**: insieme delle tecnologie preposte alla sostituzione dell'intervento umano nella gestione e nel controllo delle operazioni di un sistema (dispositivo, macchina, processo...)
- ➔ **AUTOMAZIONE INDUSTRIALE**: l'automazione dei processi industriali di trasformazione delle materie prime e produzione di beni di consumo



Concetti introduttivi - 2

- ➔ **Controllo ad azione diretta** (anello aperto, catena aperta): l'azione è determinata a priori in base al comportamento desiderato ed alle sue relazioni con le variabili manipolabili
- ➔ **Controllo in retroazione** (feedback, anello chiuso, catena chiusa): l'azione è determinata in base alle misure del comportamento effettivo del sistema ed al confronto di tale comportamento con quello desiderato



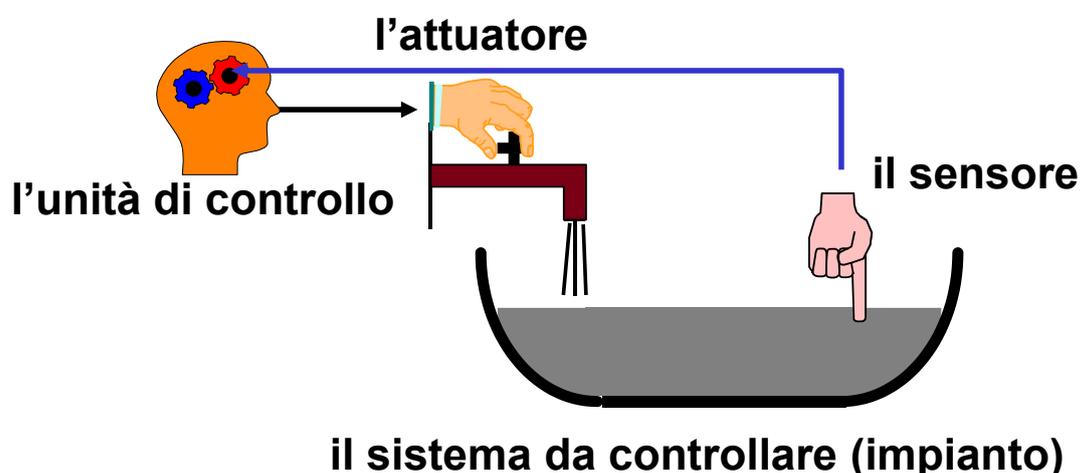
pag. 17

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Esempi di sistemi e controllo

- ➔ **Regolazione della temperatura di una vasca** (controllo manuale)



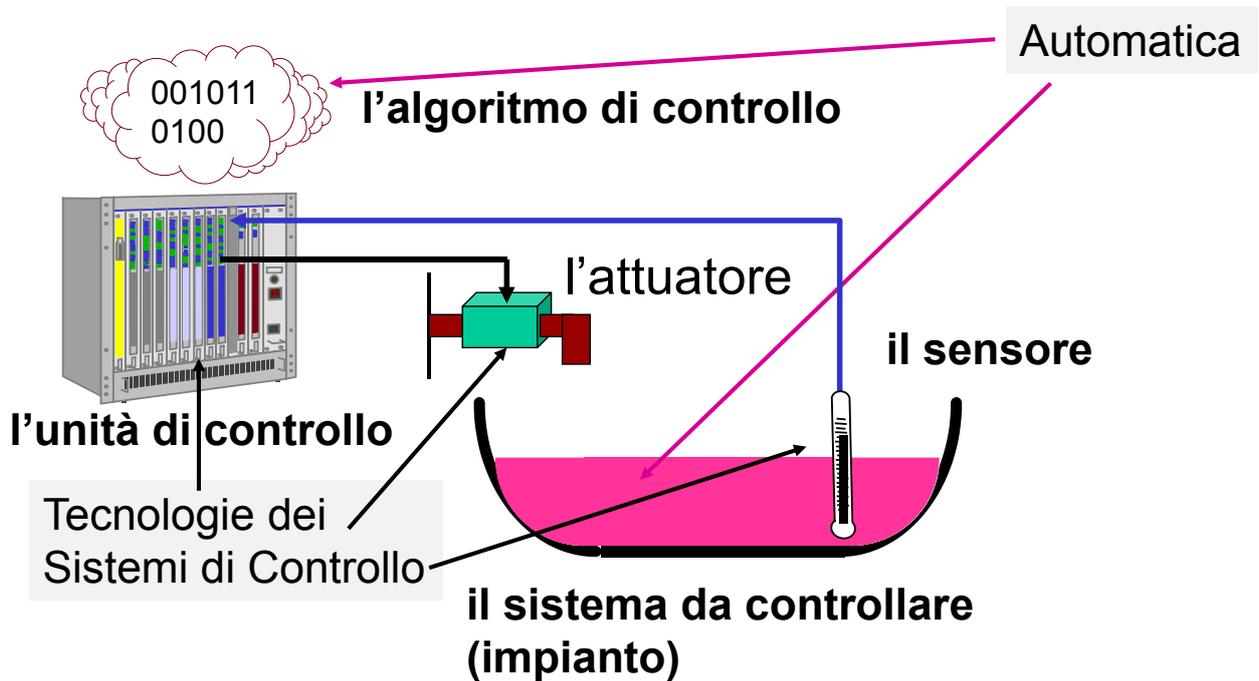
pag. 18

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



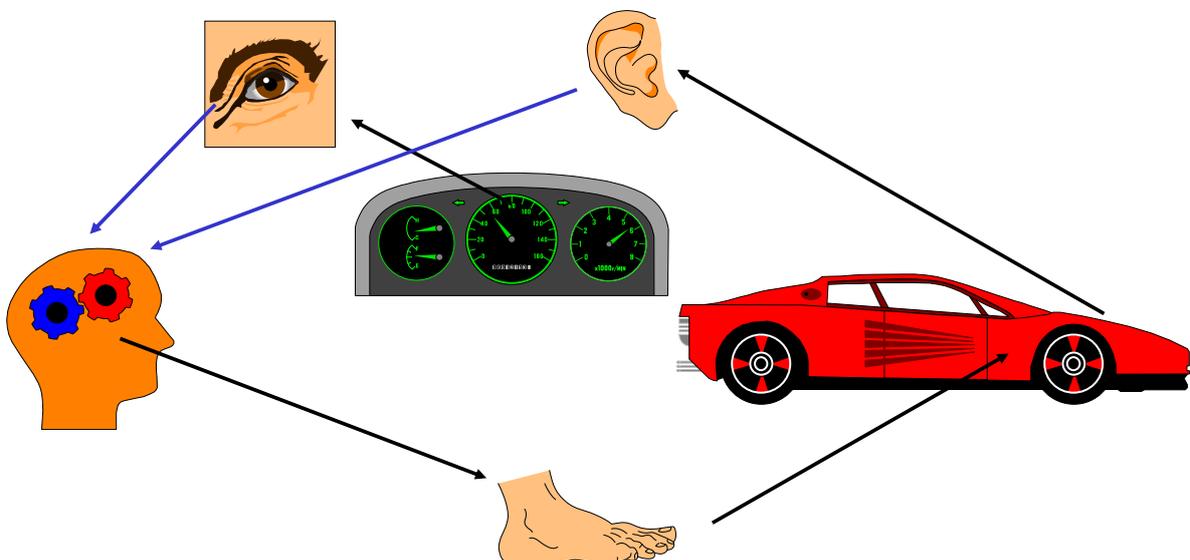
Esempi di sistemi e controllo

► Dai controlli manuali ai **Controlli Automatici**



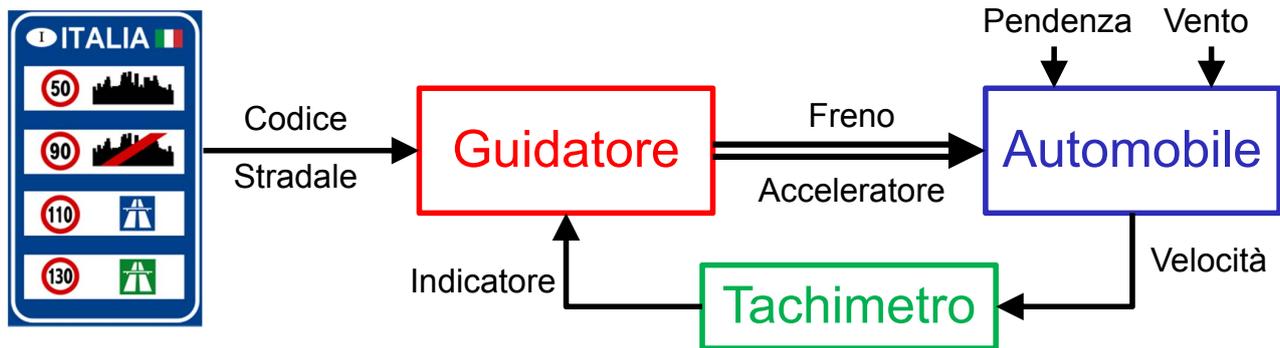
Esempi di sistemi e controllo

► **Controllo (manuale) di un'automobile**



Esempi di sistemi e controllo

► Controllo della velocità dell'automobile



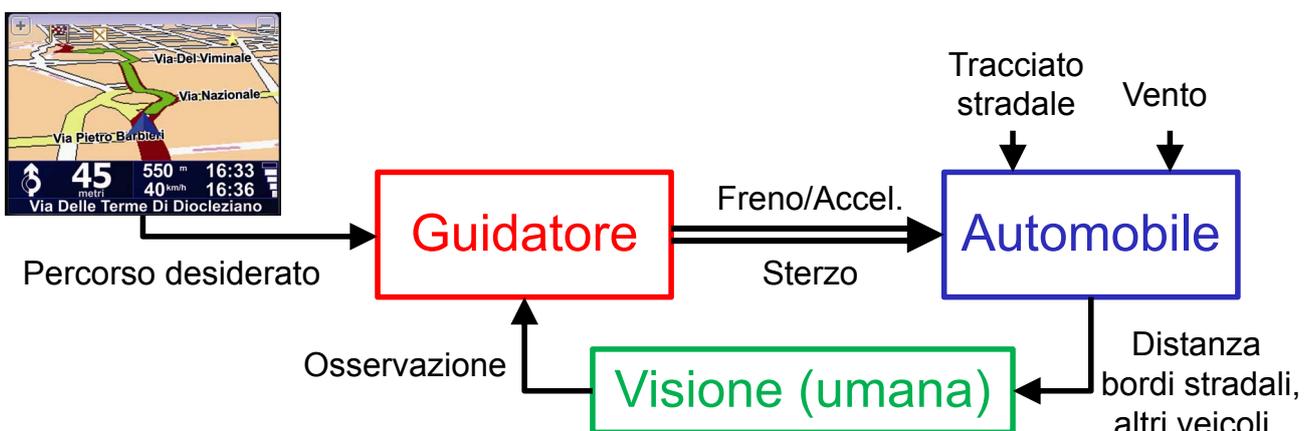
NOTA1: pendenza e vento influenzano la velocità, ma NON sono manipolabili dal guidatore. Variabili di questo tipo si definiscono **DISTURBI**

NOTA2: il Controllo Automatico della velocità esiste da molti anni nelle automobili, si chiama *Cruise-Control*



Esempi di sistemi e controllo

► Controllo della traiettoria dell'automobile



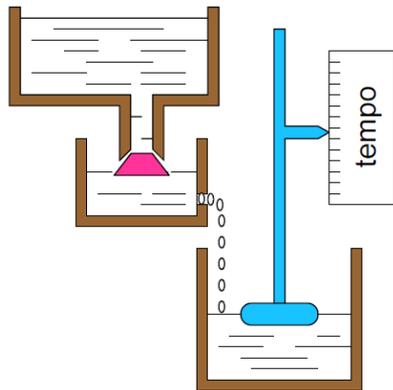
NOTA: i Controlli Automatici stanno "conquistando" anche queste applicazioni (v. *Park Assist*, ecc.), così come il *pilota automatico* è una realtà consolidata sui velivoli commerciali



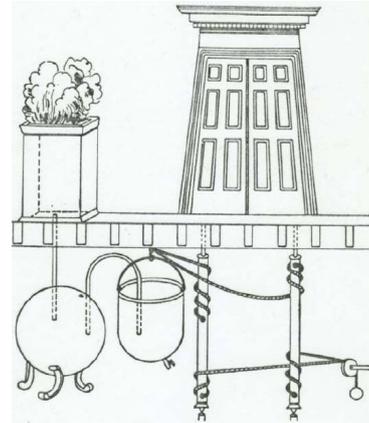
Cenni storici

► Origini (ante Rivoluzione Industriale)

- tentativi di costruzione di sistemi semi-automatici
- approccio empirico e basato sull'inventiva di pochi



*Orologio ad acqua
di Ktesibios (300 a.C.)*



*Apertura porte tempio greco
tramite espansione aria calda*



Cenni storici - a

► Invenzioni ancora di uso moderno..

- regolazione livello in un vaporizzatore industriale

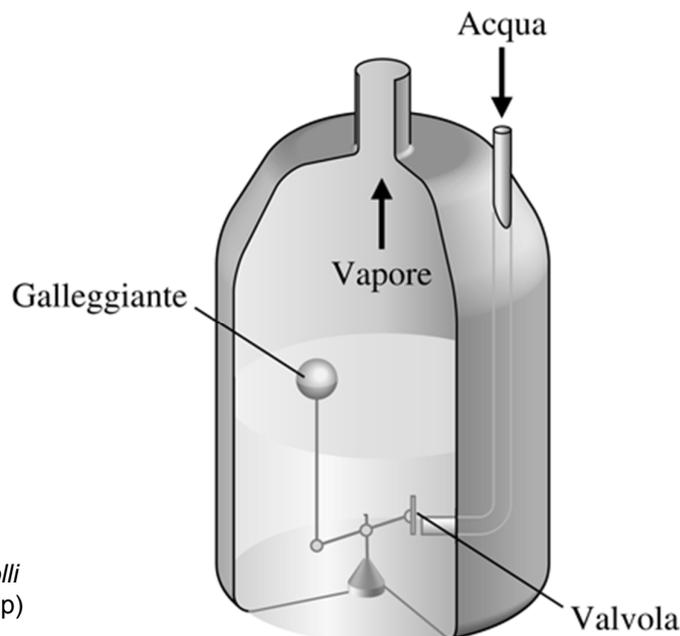


Figura tratta da *Controlli Automatici* (Dorf-Bishop)



Cenni storici - b

► Invenzioni ancora di uso.. raccomandato!

– sciacquone della toilette

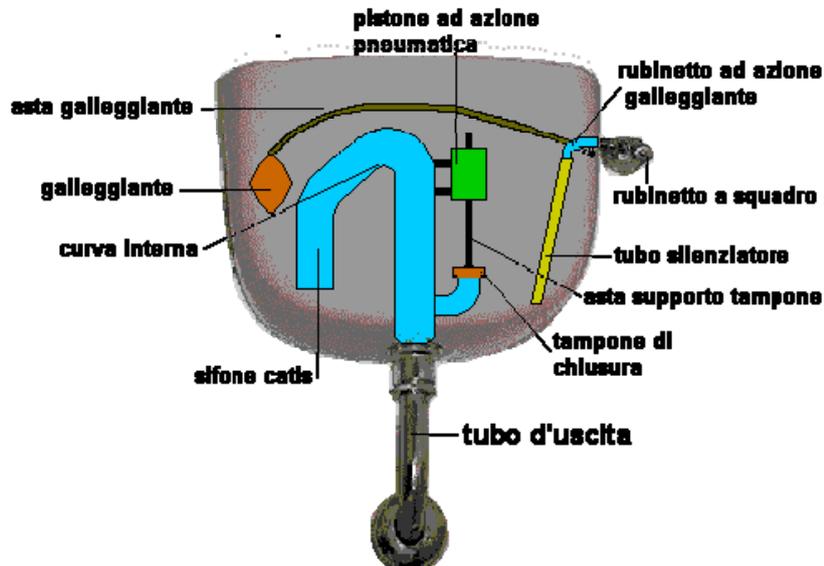


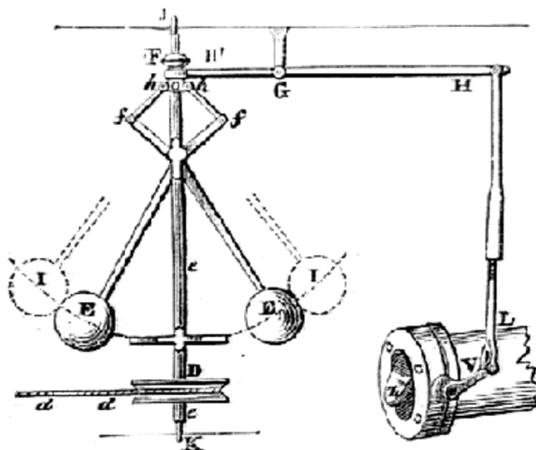
Figura tratta da
www.aggiustatutto.it



Cenni storici - 1

► PRIMO controllore (inizio Rivoluzione Industr.)

– Regolatore centrifugo di Watt (*Flyball governor*, 1788)



Dispositivo meccanico in grado di limitare la velocità di rotazione di un motore a vapore:

all'aumentare della velocità le sfere si sollevano e, tramite il meccanismo a parallelogramma, viene chiusa progressivamente la valvola a farfalla che limita il flusso di vapore e l'energia erogata dal motore

NOTA: Watt ha in realtà razionalizzato e applicato alle macchine a vapore (il vero motore della Rivoluzione Industriale) un principio di regolazione già in uso nei mulini a vento dal XVII secolo...



Cenni storici - 1a

► Schema dettagliato del regolatore di Watt

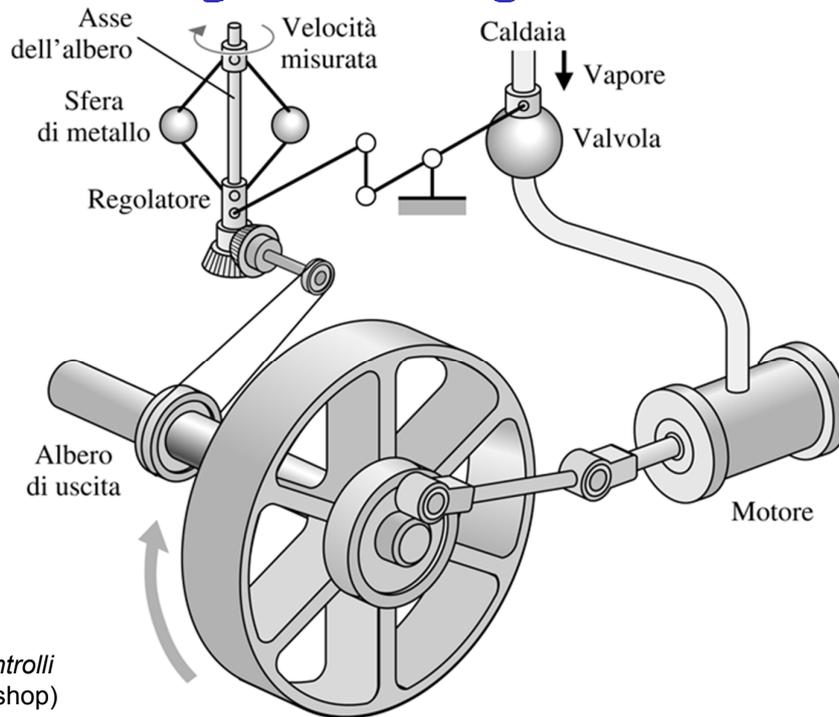


Figura tratta da *Controlli Automatici* (Dorf-Bishop)

pag. 27

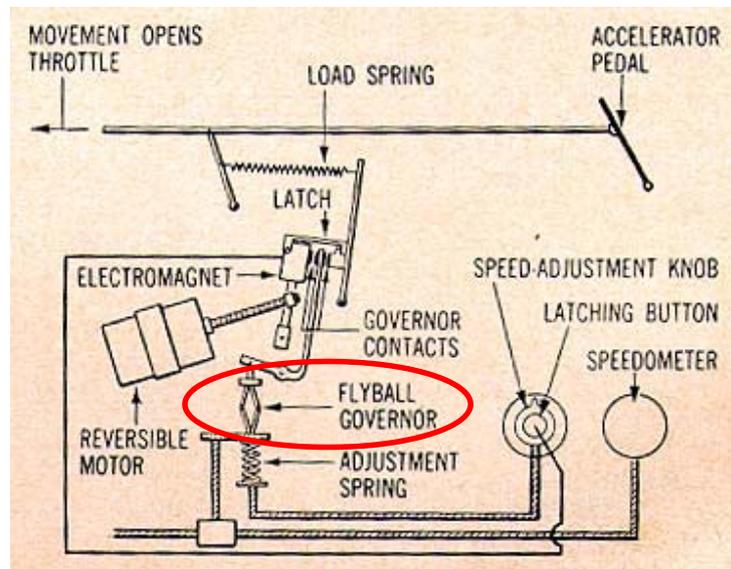
Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Cenni storici - 1b

► PRIMO *cruise-control* per auto (Chrysler, 1958)

- Schema di funzionamento (NOTARE l'uso del *flyball governor* come quello di Watt)



pag. 28

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Cenni storici - 2

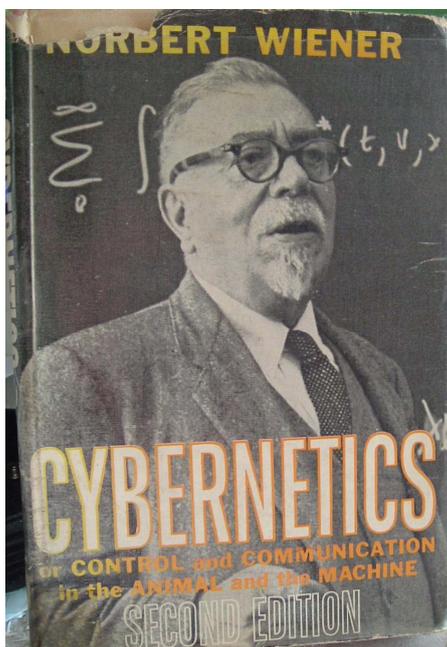
➔ Sviluppo della teoria (post Rivoluzione Industr.)

- 1868: J.C. Maxwell inizia lo studio matematico del regolatore di Watt (e altri), con equazioni differenziali
- 1892: A.M. Lyapunov studia la stabilità delle equazioni differenziali nonlineari
- 1927: H.S. Black sviluppa l'amplificatore a retroazione negativa, da cui nasce l'elettronica moderna
- Analisi frequenziale e stabilità del dispositivo di Black:
 - 1932: H. Nyquist
 - 1940: H.W. Bode
- Post 1940: esplosione della teoria del Controllo
 - trainata dalle applicazioni ingegneristiche, ad Ovest (NATO)
 - motivata dalla tradizione matematica russa, ad Est



Cenni storici - 3

➔ 1948: l'anno *magico* per la moderna *Ingegneria dell'Informazione*

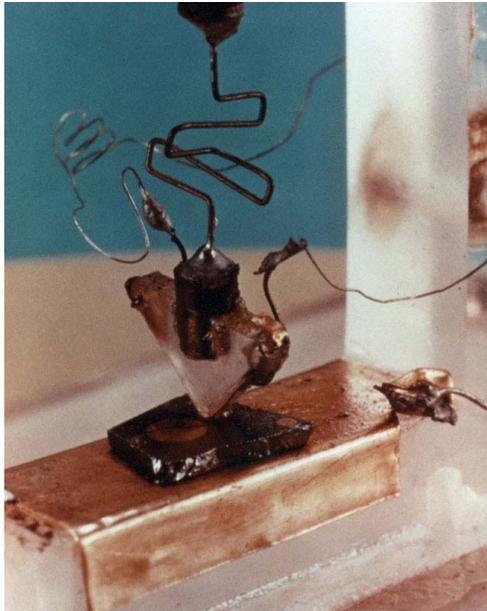


Norbert Wiener scrive il libro *Cibernetica*, ovvero *Controllo e Comunicazione nell'Animale e nella Macchina*



Cenni storici - 3a

➔ 1948: l'anno *magico* per la moderna *Ingegneria dell'Informazione*



John Bardeen e Walter Brattain presentano il primo *transistor* ad un meeting del dipartimento di ricerca della Bell Telephone Laboratories

foto tratta da *Crystal Fire: The Invention, Development and Impact of the Transistor* (www.ieee.org)

pag. 31

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



Cenni storici - 3b

➔ 1948: l'anno *magico* per la moderna *Ingegneria dell'Informazione*

The Bell System Technical Journal

Vol. XXVII

July, 1948

No. 3

A Mathematical Theory of Communication

By C. E. SHANNON

<http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon1948.pdf>

<http://www.stanford.edu/class/ee104/shannonpaper.pdf>

pag. 32

Fondamenti di Automatica – 1.1 Intro



➔ Pietre miliari nello sviluppo dei Controlli

– Seconda Guerra Mondiale:

- autopiloti per aerei, sistemi di puntamento artiglieria pesante, radar, ...

– Nascita dei calcolatori elettronici (anni '50):

- possibilità di verifica dei risultati teorici con calcoli complessi

– Conquista dello spazio (anni '60-'70):

- resa possibile da sistemi di controllo sempre più sofisticati

– Sviluppo dei microprocessori (anni '70-'80):

- diffusione globale della tecnologia digitale e riduzione dei costi
- introduzione massiccia dei sistemi programmabili nell'Automazione Industriale
- estensione delle tecnologie digitali e dell'automazione anche negli ambiti non industriali



Quanto sono diffusi i Controlli Automatici?

➔ I sistemi di controllo sono onnipresenti, essenziali e spesso indispensabili..

- Moltissimi beni di consumo che usiamo ogni giorno sono prodotti grazie ad un sistema di controllo automatico
- Le nostre abitazioni sono piene di controllori automatici
- Le nostre automobili sono piene di controllori automatici
- Alcuni sistemi, macchine o veicoli non potrebbero funzionare senza controllori automatici



Quanto sono diffusi i Controlli Automatici?

➔ *Control Systems are ubiquitous*

<http://www.ieeecss.org/general/control-systems-are-ubiquitous>



NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
<http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html>
NASA Photo: EC91-491-6 Date: September 13, 1991

X-29 at High Angle of Attack

Il velivolo X-29 è stato progettato per essere instabile. Senza il suo sistema di stabilizzazione e controllo automatico, qualsiasi pilota lo farebbe precipitare dopo pochi secondi di volo!



Situazione attuale e prospettive

➔ **Controllo... ovunque!**

– Industria manifatturiera



Situazione attuale e prospettive - a

➔ Controllo... ovunque!

– Industria manifatturiera

- Controllo del movimento (posizione, velocità) di motori elettrici e meccanismi collegati
- Controllo della temperatura per lavorazione di metalli (saldatura, fusione, ...)
- Controllo del livello di riempimento di serbatoi e contenitori per fluidi
- Controllo di pressione e portata di gas (aria, azoto) e fluidi (olio) utilizzati per azionare martinetti/cilindri (spintori, presse, ...)



Situazione attuale e prospettive - 1

➔ Controllo... ovunque!

– Processi chimici / Impianti energetici



Situazione attuale e prospettive - 1a

➔ Controllo... ovunque!

– Processi chimici / Impianti energetici

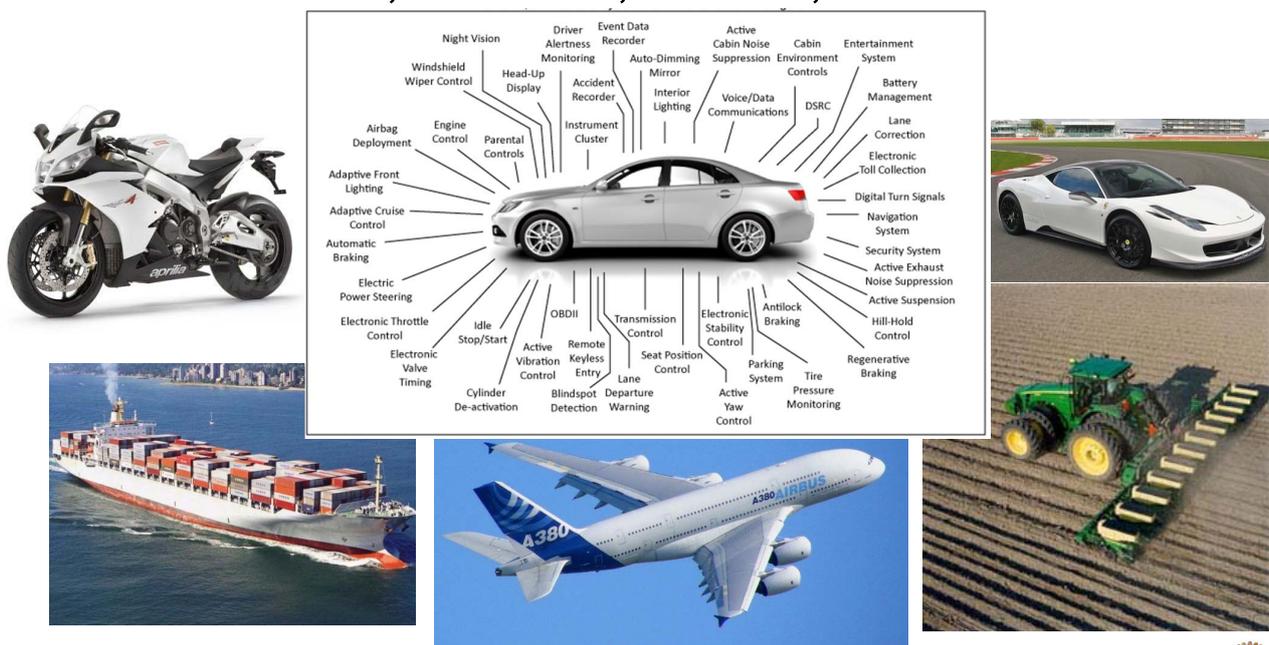
- Controllo del livello di riempimento di serbatoi contenenti composti per reazioni chimiche
- Controllo di temperatura e pressione all'interno dei serbatoi
- Controllo di portata dei fluidi entranti ed uscenti dai serbatoi
- Controllo del movimento di miscelatori dei composti chimici
- Controllo della potenza erogata da generatori di energia elettrica



Situazione attuale e prospettive - 2

➔ Controllo... ovunque!

– Automobili, Motocicli, Velivoli, Imbarcazioni..



Situazione attuale e prospettive - 2a

➔ Controllo... ovunque!

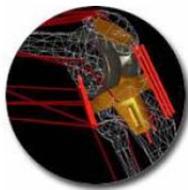
- Automobili, Motocicli, Velivoli, Imbarcazioni..
 - Controllo dell'iniezione di carburante nei motori a combustione interna e a reazione
 - Controllo della frenata (ABS) di auto e moto
 - Controllo di trazione (anti-slittamento) di auto e moto
 - Controllo dell'assetto (stabilizzazione e sospensioni attive) nelle automobili
 - Sistemi di navigazione e guida autonoma di velivoli e imbarcazioni
 - Controllo degli attrezzi agricoli e guida autonoma dei trattori per il *precision farming*



Situazione attuale e prospettive - 3

➔ Controllo... ovunque!

- Medicina e Chirurgia



Sullivan is the world's first recipient of a nerve/muscle graft to control a prosthesis.



Situazione attuale e prospettive - 3a

➔ Controllo... ovunque!

– Medicina e Chirurgia

- Controllo di erogazione automatizzata dei farmaci
- Controllo della generazione di radiazioni e campi elettromagnetici per la produzione di immagini diagnostiche (T.A.C., R.M.)
- Sistemi robotizzati e teleoperati per la chirurgia minimamente invasiva (es. laparoscopica)
- Controllo dei movimenti di protesi attive (*mioelettriche*) per arti superiori
- Controllo dei motori elettrici nelle attrezzature per la riabilitazione motoria e l'esercizio ginnico



Situazione attuale e prospettive - 4

➔ Controllo... ovunque!

– Elettronica di consumo



Situazione attuale e prospettive - 4a

➔ **Controllo... ovunque!**

– Elettronica di consumo

- Controllo del riscaldamento e condizionamento aria negli edifici
- Controllo di temperatura, portata fluidi e motori elettrici negli elettrodomestici
- Sistemi robotizzati per la pulizia dei pavimenti
- Controllo della messa a fuoco di video/fotocamere
- Controllo dei motori elettrici nei mezzi di trasporto personale come biciclette, *Segway*, ...
- ... ovunque serva l'erogazione controllata di energia elettrica!



Situazione attuale e prospettive - 5

➔ **Per approfondimenti sulla diffusione delle tecnologie di controllo nella vita moderna:**

The Impact of Control Technology *Overview, Success Stories, and Research Challenges*

<http://ieeecss.org/general/impact-control-technology>



Situazione attuale e prospettive - 6

- ➔ I Controlli Automatici sono quindi ovunque..
- ➔ .. SOLO CHE non sono percepiti in modo evidente dalle persone comuni!

➔ RIASSUMENDO:

AUTOMATICA >> *The hidden technology*
(Karl Johan Åström)



Il problema di controllo

- ➔ **Cosa accomuna tutte le applicazioni citate?**
 - Approccio al problema
 - specifiche di controllo (prestazioni, robustezza,...)
 - Modellazione matematica
 - sistema dinamico (variabili manipolabili/misurabili, disturbi, ..)
 - Definizione della strategia di controllo
 - Logica di funzionamento
 - modi operativi, supervisione, ...

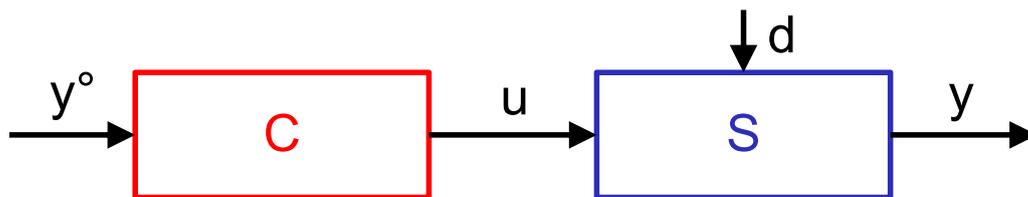


Introduzione

CONTROLLO E STRATEGIE



Notazione



S: sistema (o processo, o impianto, o *plant*) da controllare

u: variabile manipolabile o di controllo

y: variabile controllata

d: disturbi

C: controllore

y^o: riferimento (o *set-point*) per la variabile controllata

Problema:

C deve determinare ad ogni istante u in modo che y sia il più possibile simile ad y^o , anche in presenza dei disturbi d .

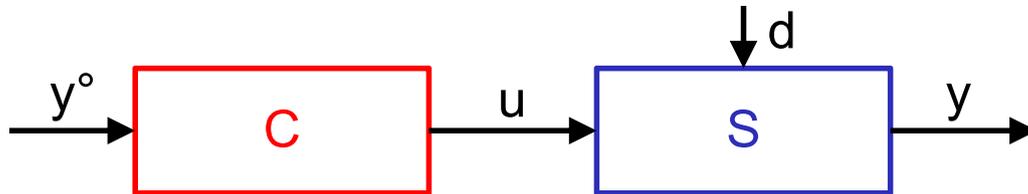
C può disporre delle misure di y , del modello matematico di **S**, delle misure di d o del modello matematico che lo generi



Strategie di controllo

► Controllo ad **anello aperto** (*open-loop*):

- **C** utilizza solo il modello matematico di **S**, per determinare il valore di u tale che (teoricamente) y corrisponda a y°



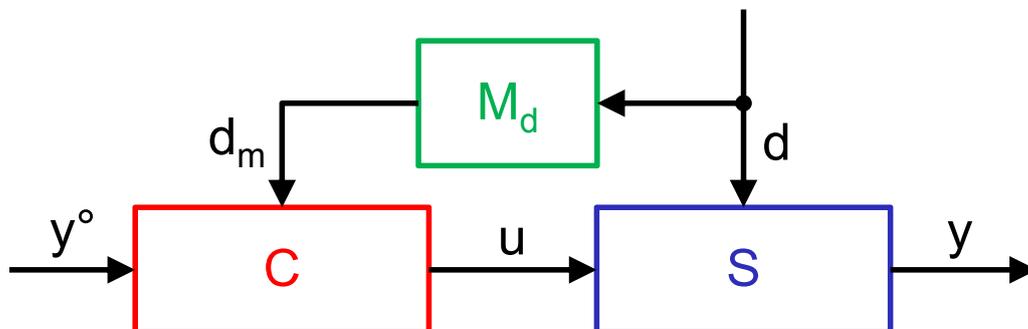
Strategia poco efficace in presenza di incertezza su **S** e **d**!
Si pensi al controllo di velocità dell'automobile, effettuato senza osservare il tachimetro e senza conoscere pendenza e/o vento!



Strategie di controllo - 1

► Controllo ad **anello aperto** (*open-loop*) con **compensazione del disturbo**:

- **C** utilizza il modello matematico di **S** e le misure di **d**, per attenuarne l'effetto sul valore della variabile controllata y



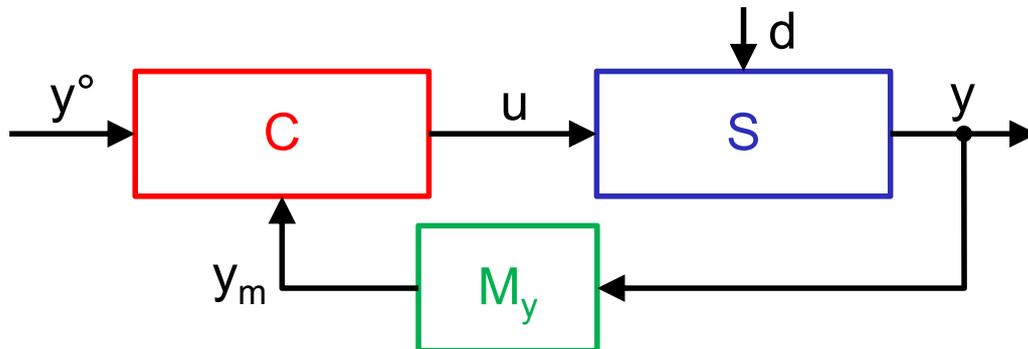
Nel controllo di velocità dell'automobile, ancora non si osserverebbe il tachimetro!



Strategie di controllo - 2

► Controllo ad **anello chiuso** (*closed-loop, feedback*):

- **C** utilizza le misure di y per confrontarle ad ogni istante con y° ed agire di conseguenza



Nel controllo di velocità dell'automobile, si considera essenziale l'osservazione del tachimetro!



Se **C** agisce in modo troppo *energico* o *brusco*, può rendere il sistema instabile!

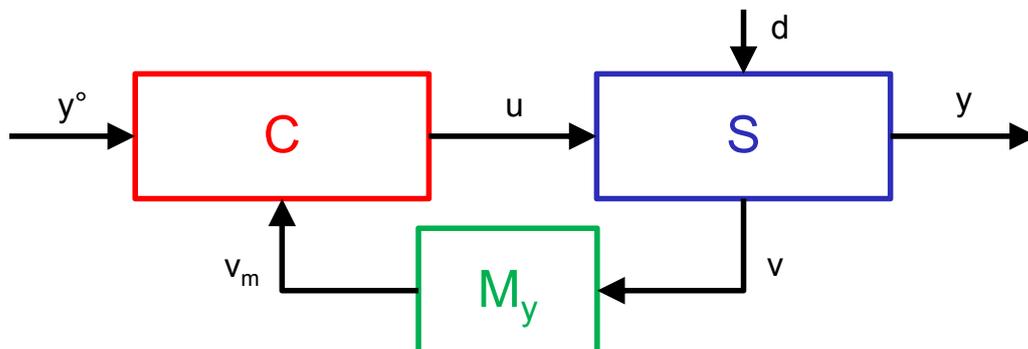


Strategie di controllo - 2a

► Controllo ad **anello chiuso** (*closed-loop, feedback*),

VARIANTE:

- **C** non utilizza le misure dirette di y , in quanto non disponibili nella pratica, ma quelle della variabile v , dipendente a sua volta da y .



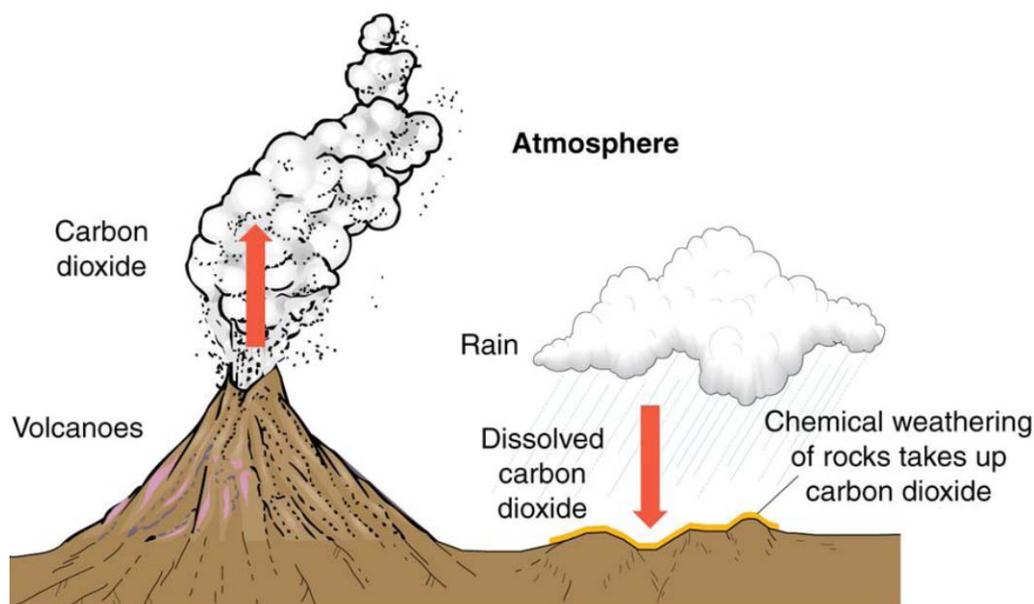
Strategie di controllo - 2b

- ➔ Il concetto di *feedback*, inteso come interazione tra (almeno) due sistemi ciascuno in grado di influenzare il comportamento dell'altro, è presente in moltissimi fenomeni naturali:
 - Produzione ormonale e funzioni biologiche
 - Sistema immunitario e infezioni batteriche/virali
 - Specie animali predatrici e predate
 - Fenomeni atmosferici, marini e terrestri
- ➔ *Feedback is a central feature of life*
(da 'The Way Life Works', di M.B. Hoagland e B. Dodson)



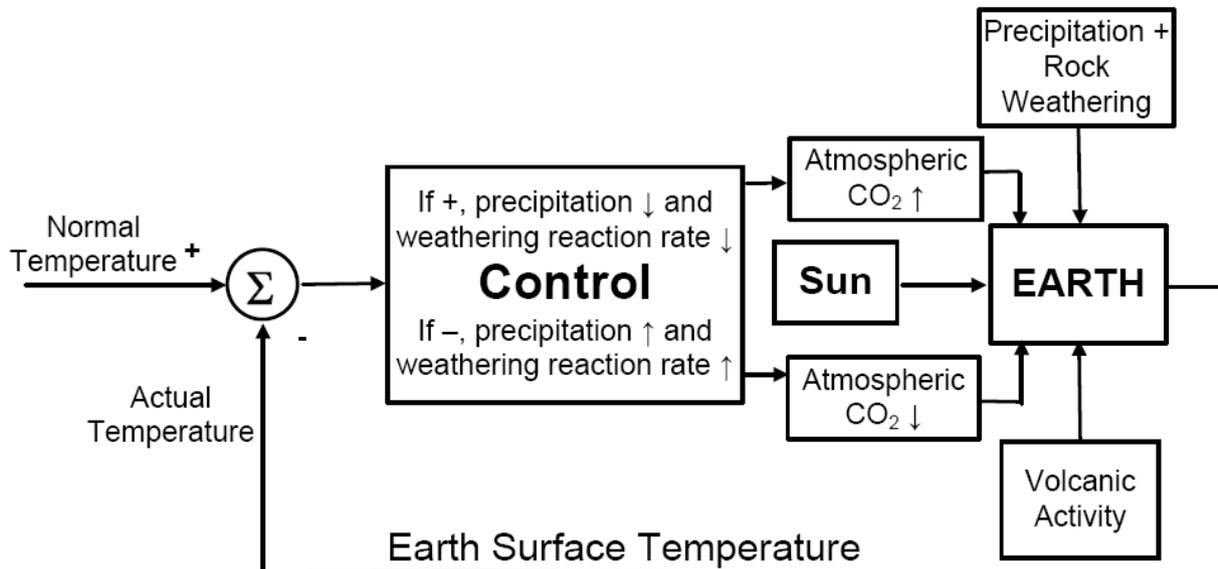
Strategie di controllo - 2c

- ➔ Il *feedback* nella regolazione della temperatura sul pianeta Terra



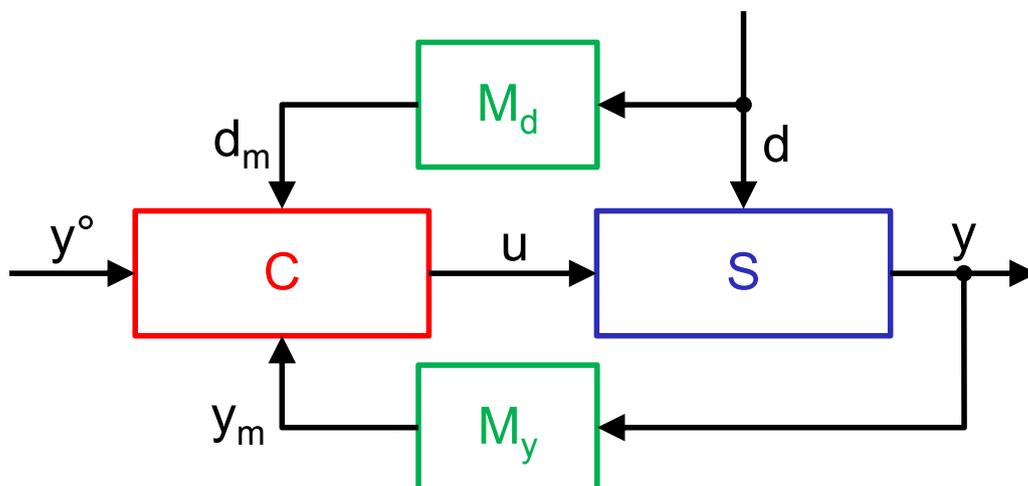
Strategie di controllo - 2d

- Se la temperatura aumenta, aumentano le precipitazioni e la dissoluzione delle rocce, il che riduce il livello di CO_2 nell'atmosfera e, nel lungo periodo, anche la temperatura...
- VICEVERSA, se la temperatura diminuisce ...



Strategie di controllo - 3

- Controllo ad **anello chiuso** (*closed-loop, feedback*) con **compensazione del disturbo**:



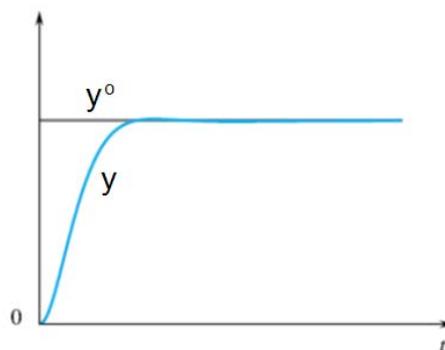
Strategie di controllo - 3a

- La *compensazione del disturbo* NON è analoga all'azione di *feedback*, in quanto è determinata dalla misura di variabili che NON rappresentano il comportamento del sistema controllato, MA che lo influenzano (sono cioè analoghe alle variabili manipolabili)
- Tale tipo di controllo si può pertanto definire anche **feedforward**



Requisiti di un sistema di controllo

- **Precisione statica**: quando y° è costante, anche y deve essere costante e tale che $y \sim y^\circ$



- **Precisione dinamica**: il periodo (detto *transitorio*) durante il quale y si avvicina a y° deve essere di breve durata, con oscillazioni limitate



Requisiti di un sistema di controllo - 2

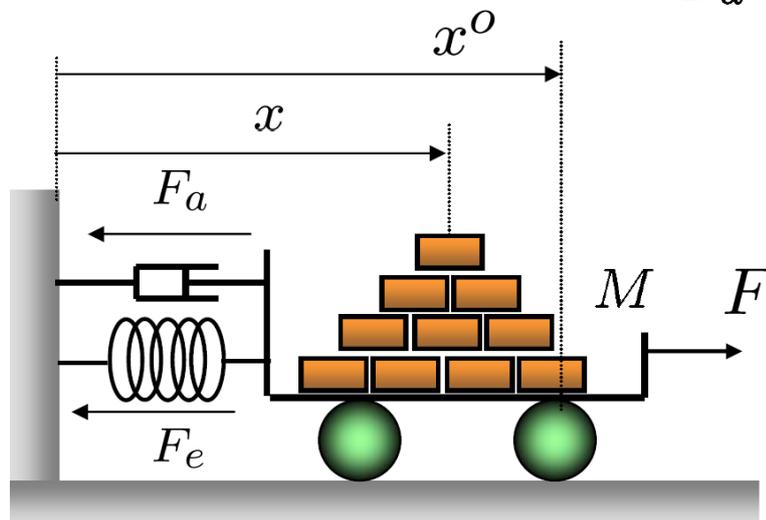
- ▶ **Insensibilità ai disturbi:** il controllo è in grado di limitare l'effetto di disturbi esterni sulla precisione statica/dinamica
- ▶ **Robustezza:** le specifiche sulla precisione statica e dinamica devono essere garantite anche quando il processo da controllare ha caratteristiche differenti, entro certi limiti, dal modello matematico previsto.
- ▶ **Moderazione:** il controllore non deve sollecitare il sistema da controllare con azioni troppo energiche, irregolari (indice di instabilità) o di entità eccessiva. Usualmente:

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{MAX}$$



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico

- ▶ **Variabile manipolabile:** forza motrice F
- ▶ **Variabile controllata:** posizione x
- ▶ **Relazioni matematiche:** forza elastica $F_e = K_m \cdot x$
forza di attrito $F_a = B \cdot \dot{x}$



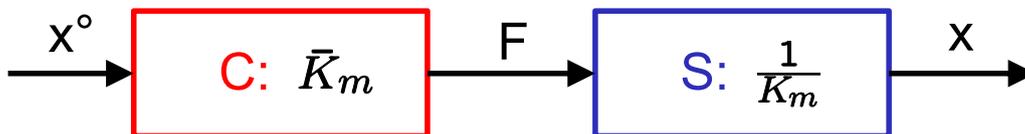
ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 1

- ▶ Si consideri solo il **modello statico**: [somma forze] = 0

$$F - F_e = 0 \rightarrow F = K_m \cdot x \rightarrow x = \frac{1}{K_m} F$$



- ▶ Si consideri il **controllo ad anello aperto**: $F = \bar{K}_m \cdot x^o$ nella quale si ipotizza \bar{K}_m pari al valore nominale di K_m



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 2

- ▶ Con tali ipotesi l'**errore di posizione** risulta:

$$x = \frac{\bar{K}_m}{K_m} x^o \rightarrow e = x^o - x = x^o \left(1 - \frac{\bar{K}_m}{K} \right)$$

- ▶ In **condizioni nominali**:

$$K_m = \bar{K}_m \rightarrow e = 0$$

- ▶ In **condizioni perturbate**:

$$K_m \neq \bar{K}_m \rightarrow e = x^o \frac{\Delta K_m}{K_m} \neq 0$$

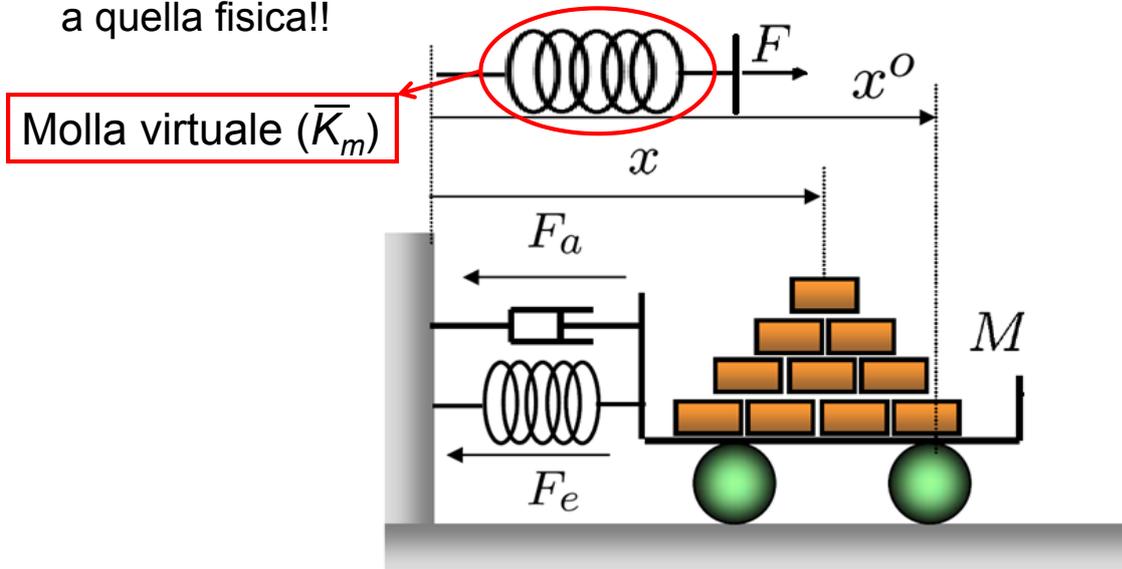
$$\Delta K_m = K_m - \bar{K}_m \neq 0$$

INCERTEZZA DI MODELLAZIONE



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 2a

- **NOTA:** il controllore si comporta come una molla virtuale che agisce in direzione opposta a quella fisicamente presente nel sistema, in funzione della posizione desiderata x^0 . Quest'ultima viene raggiunta solo se la molla virtuale è esattamente identica a quella fisica!!



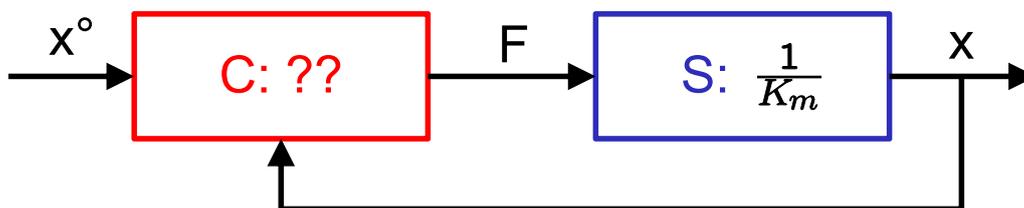
pag. 65

Fondamenti di Automatica - 1.1 Intro



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 3

- Si consideri ora il **controllo ad anello chiuso**:



- La scelta più semplice è quella di applicare una azione **proporzionale** all'errore:

$$\Rightarrow F = K_c \underbrace{(x^0 - x)}_{\text{errore}}; K_c > 0$$

pag. 66

Fondamenti di Automatica - 1.1 Intro



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 4

- Con tali ipotesi l'**errore di posizione** risulta:

$$x = \frac{1}{K_m} F = \frac{1}{K_m} K_c (x^o - x) \rightarrow x \left(1 + \frac{K_c}{K_m} \right) = \frac{K_c}{K_m} x^o$$

$$\rightarrow x = \frac{K_c/K_m}{1+K_c/K_m} x^o \rightarrow e = x^o - x = \frac{1}{1+K_c/K_m} x^o$$

- Sia in **condizioni nominali** che **perturbate**, l'errore non è nullo, ma...

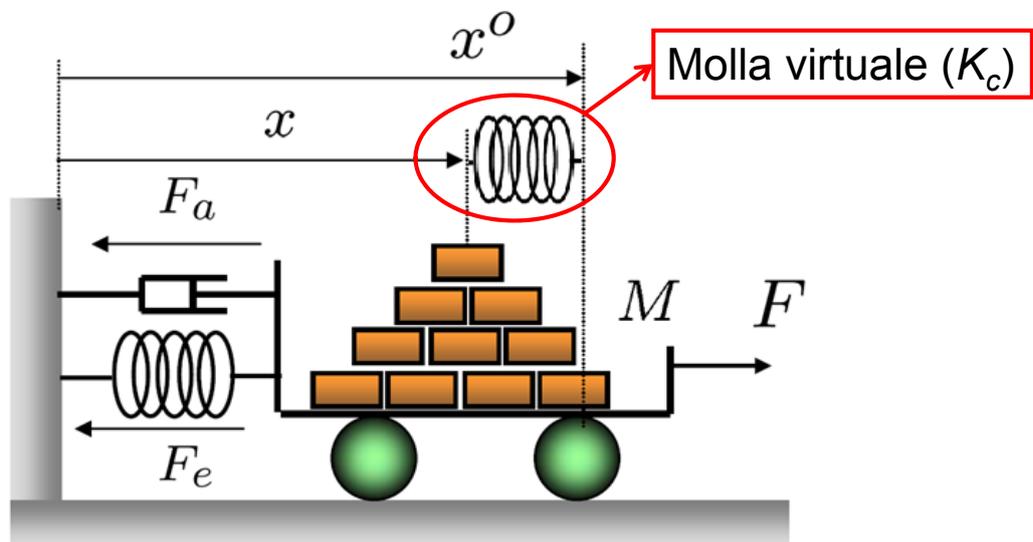
$$e \simeq 0 \quad \text{SE} \quad K_c \gg K_m$$

VARIABILE DI PROGETTO DEL CONTROLLORE!!



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 4a

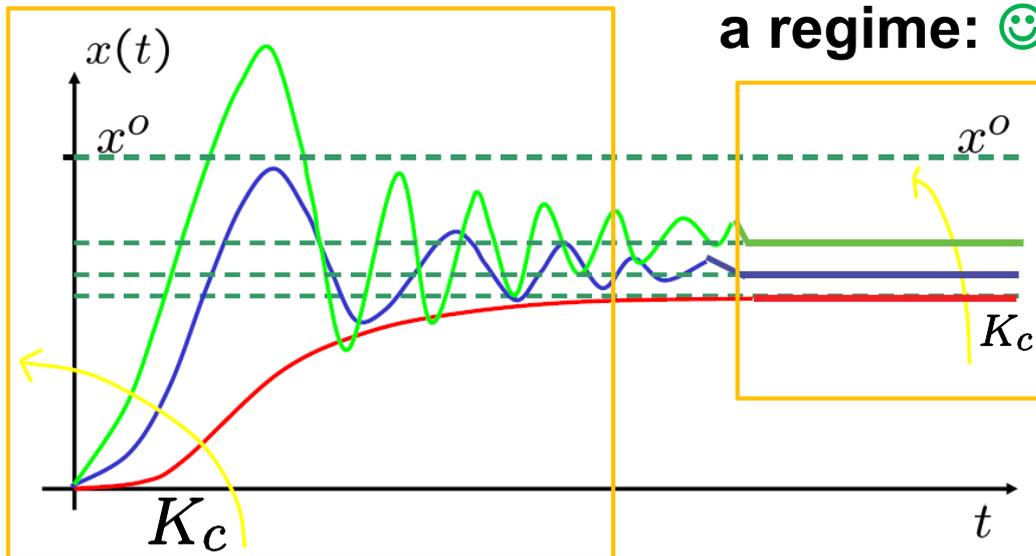
- NOTA:** il controllore si comporta come una molla virtuale che attrae il carrello dalla posizione attuale verso la posizione desiderata x^o . Tale molla virtuale deve essere molto più "forte" (i.e. rigida) di quella fisicamente presente nel sistema!!!



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 5

- Potremmo quindi pensare di **umentare a piacimento** K_c e ridurre così come ci pare l'**errore di posizione, ma...**

nel transitorio: ☹️



a regime: 😊



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 6

- In realtà, all'aumentare del coefficiente del controllore si possono innescare notevoli oscillazioni durante un periodo transitorio iniziale...
- Tali oscillazioni sono giustificabili analizzando il **modello dinamico**: **[somma forze] = $M\ddot{x}$**

$$F - F_e - F_a = M\ddot{x} \Rightarrow M\ddot{x} + B\dot{x} + K_m x = F$$



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 7

- Applicando nuovamente il controllo ad **anello aperto**:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + K_m x = \bar{K}_m x^0$$

Termini dinamici Costante
Condizioni di equilibrio

- Risolvendo l'equazione differenziale, tramite l'equazione algebrica associata:

$$M\lambda^2 + B\lambda + K_m = 0$$

si può calcolare l'andamento nel tempo di x , in funzione delle soluzioni λ_1, λ_2 dell'equazione algebrica



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 7a

RICHIAMO: una equazione differenziale del secondo ordine (con $y(x)$, $y'(x)$ e $y''(x)$) a coefficienti costanti, ha soluzioni basate su funzioni esponenziali, calcolabili analiticamente risolvendo la corrispondente equazione algebrica:

$$y'' + a \cdot y' + b \cdot y = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda^2 + a\lambda + b = 0$$

Date le soluzioni dell'equazione algebrica, se sono $\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$$\rightarrow y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$$

Altrimenti, se sono soluzioni complesse $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \in \mathbb{C}$

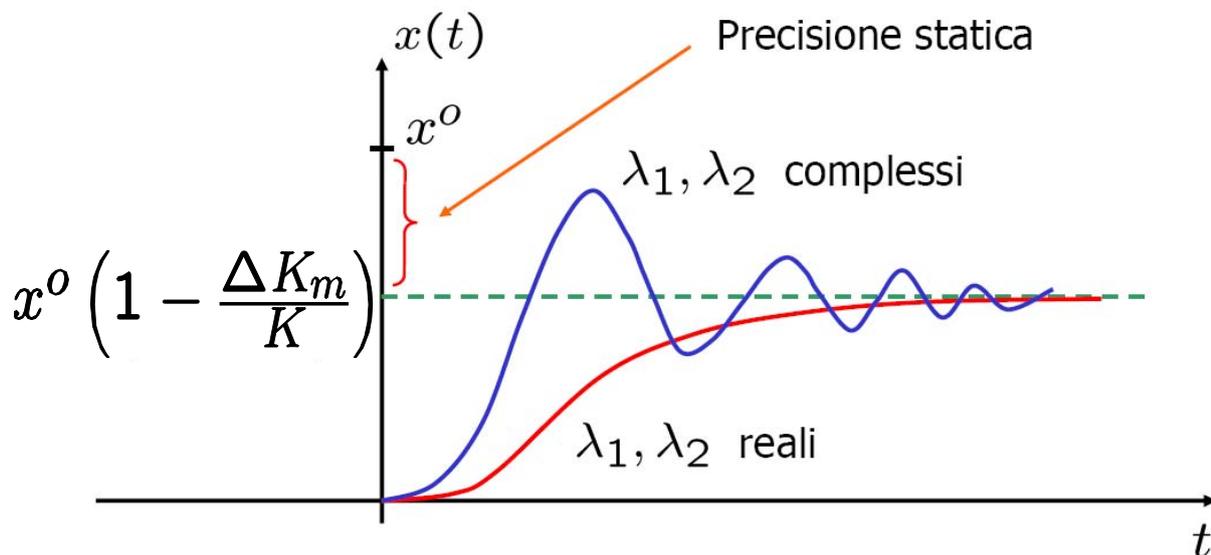
$$\rightarrow y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$$

NOTE: I coefficienti c_1 e c_2 dipendono dalle condizioni iniziali che si vogliono imporre. Nel caso in cui il secondo membro dell'equazione sia diverso da 0, la soluzione è analoga a quella qui descritta con l'aggiunta di una $u(x)$ opportuna



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 8

- La **precisione statica** dipende dal controllore, ma la **precisione dinamica** dipende **esclusivamente** dai parametri del sistema meccanico (M, K_m, B)



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 9

- Applicando nuovamente il controllo ad **anello chiuso**:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + K_m x = K_c(x^0 - x)$$

- In questo caso la soluzione dell'equazione differenziale è influenzata direttamente dal controllore:

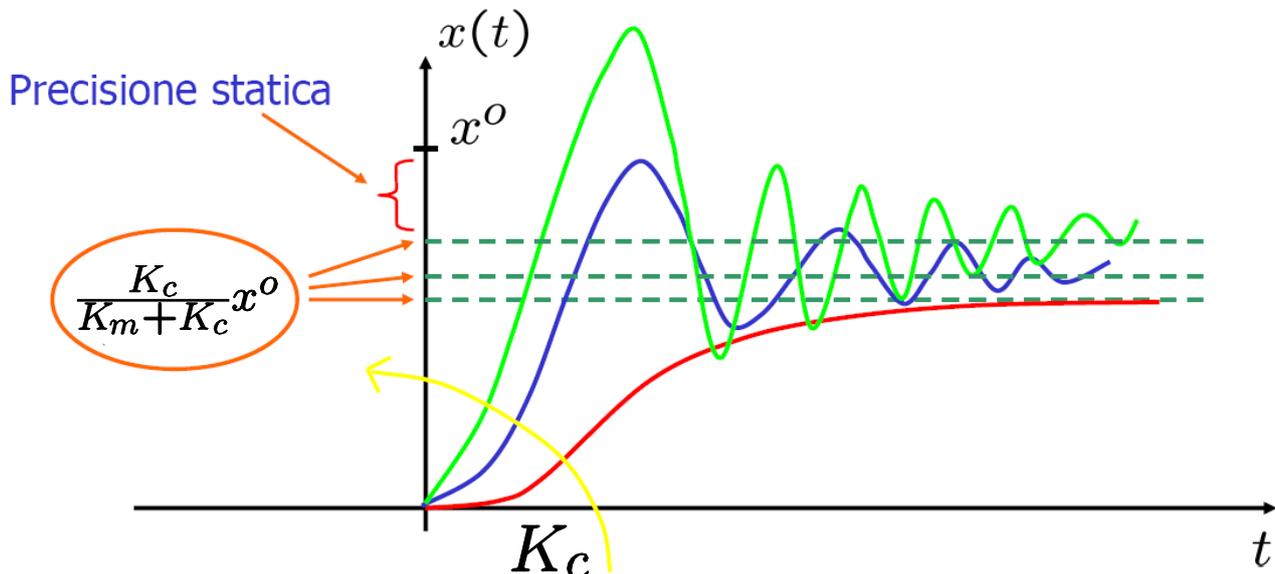
$$M\lambda^2 + B\lambda + (K_c + K_m) = 0$$

in quanto le caratteristiche di λ_1, λ_2 dipendono da K_c



ESEMPIO: controllo di un sistema meccanico - 10

- ▶ Anche la **precisione dinamica** dipende dal controllore!
- ▶ Tuttavia, gli **obiettivi** sulla precisione dinamica e su quella statica sono (in questo caso..) **contrastanti**



pag. 75

Fondamenti di Automatica - 1.1 Intro



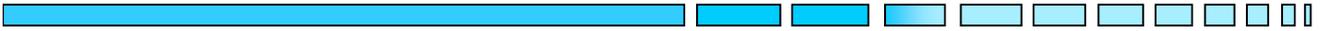
Riassumendo...

- ▶ L'Automatica è una disciplina utile in pressochè ogni campo applicativo dell'ingegneria
- ▶ Il concetto di *feedback* è fondamentale sia per la teoria dell'Automatica, sia per le implicazioni pratiche in una moltitudine di altre discipline, ingegneristiche e NON!
- ▶ I modelli matematici, che descrivano le caratteristiche statiche ma **SOPRATTUTTO** dinamiche dei sistemi, sono necessari per comprendere l'effetto di variazioni ai parametri di progetto dei sistemi di controllo

pag. 76

Fondamenti di Automatica - 1.1 Intro





INTRODUZIONE

- **Obiettivi e programma del corso**
- **Concetti fondamentali e cenni storici**
- **Controllo e strategie**

FINE

