

# Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

Prova scritta – 19 settembre 2018

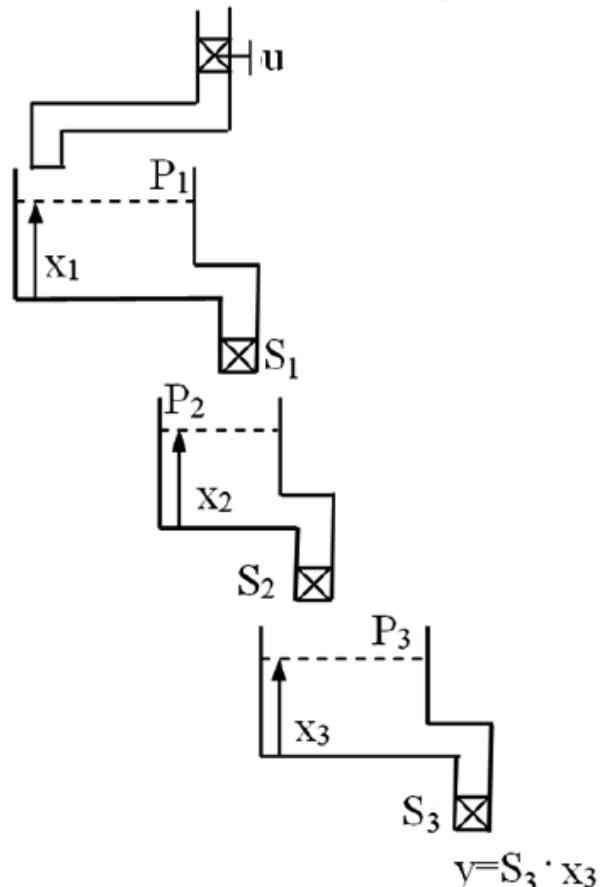
COGNOME e NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

## ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema qui a fianco, costituito da tre serbatoi di liquido in cascata tra loro, al primo dei quali è applicato un flusso di liquido entrante manipolabile direttamente ed in ciascuno dei quali il flusso di liquido uscente è proporzionale al livello di liquido nel serbatoio stesso.

Il modello dinamico di tale sistema si ottiene effettuando il bilancio di massa per ogni serbatoio, considerando che la massa contenuta nel serbatoio è data dal livello del liquido moltiplicata per l'area della sezione orizzontale del serbatoio stesso e per la densità del fluido, mentre la variazione nel tempo di tale massa è data dalla differenza tra il flusso entrante e quello uscente. Indicando (per l'i-esimo serbatoio) il prodotto di queste ultime quantità con  $P_i$ , il livello del liquido con  $X_i$  ed coefficiente del flusso in uscita con  $S_i$ , le equazioni differenziali che descrivono il sistema, sono quindi le seguenti:



$$P_1 \dot{x}_1 = u - S_1 x_1$$

$$P_2 \dot{x}_2 = S_1 x_1 - S_2 x_2$$

$$P_3 \dot{x}_3 = S_2 x_2 - S_3 x_3$$

Si considerino le seguenti impostazioni dei parametri del modello:

$$P_1 = 1; \quad P_2 = 2; \quad P_3 = 1;$$

**S<sub>1</sub>** = ultima cifra (a destra) del proprio numero di matricola (se 0, sostituire con 1)

**S<sub>2</sub>** = penultima cifra (a destra) del numero di matricola (se 0, sostituire con 2);

**S<sub>3</sub>** = terzultima cifra (a destra) del numero di matricola (se 0, sostituire con 3);

**Fissati i parametri in base al proprio numero di matricola**, si determini il modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Considerando come variabili di stato e ingresso quelle con la notazione standard X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub> e U e come uscita y = S<sub>3</sub> X<sub>3</sub>.

Si verifichi poi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile

---

## ESERCIZIO 2.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 1, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e.  $U = Hx + v$ ), in modo tale che:

- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;

- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 3 secondi e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -1, -2, ecc.).

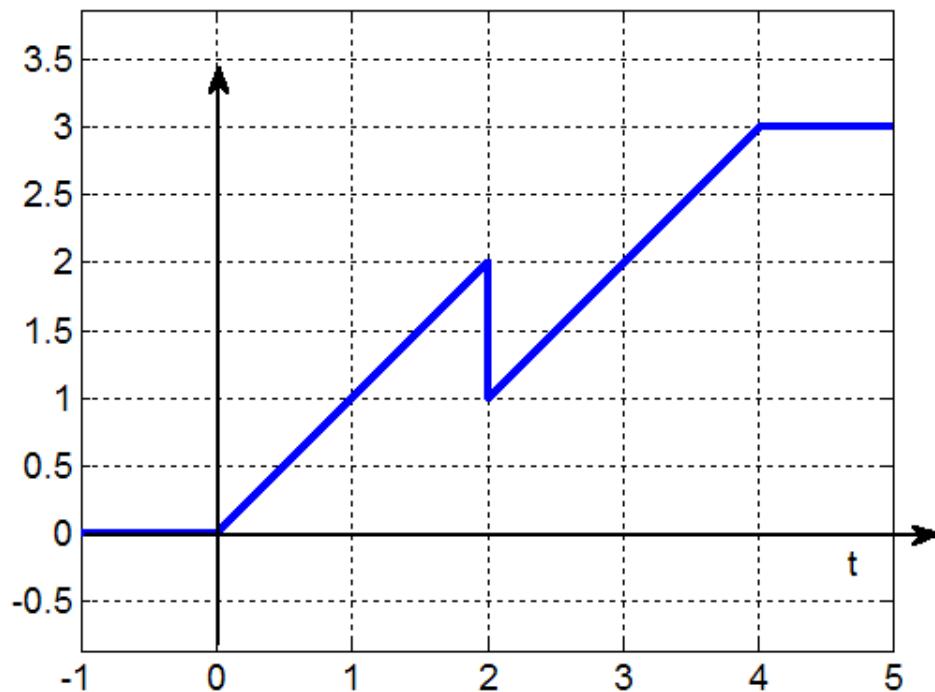
**RISPOSTA:**

$$H =$$


---

### ESERCIZIO 3.

Data la funzione  $f(t)$  avente il seguente andamento nel tempo:



si calcoli la corrispondente funzione trasformata secondo Laplace.

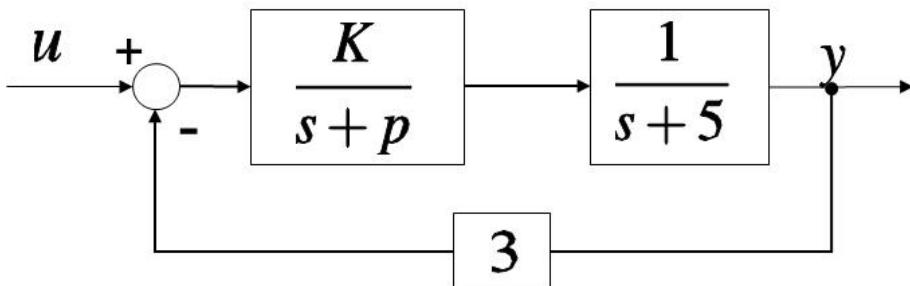
**RISPOSTA:**

$$F(s) =$$


---

### ESERCIZIO 4.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si calcolino i valori di  $K$  e  $p$  tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere tempo di assestamento  $T_a = 0,5$  secondi e coefficiente di smorzamento  $\delta = 0,6$ .

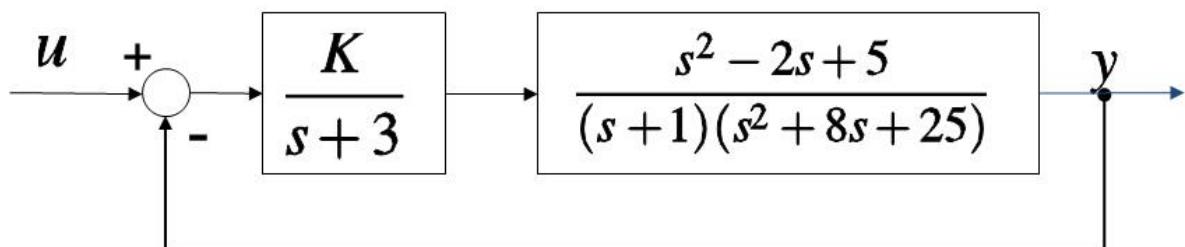
**RISPOSTA:**

$$K = \quad p =$$

---

### ESERCIZIO 5.

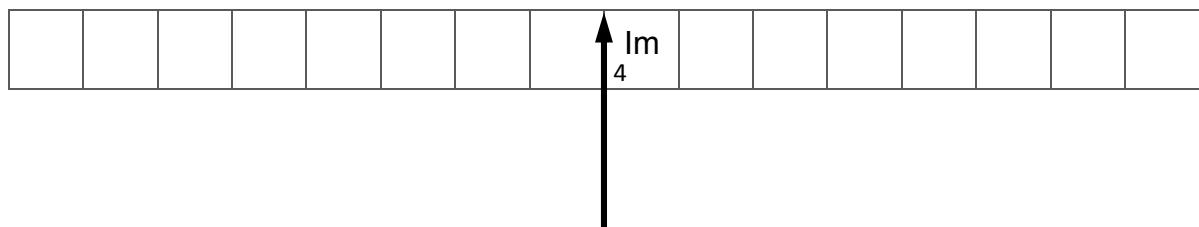
Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:

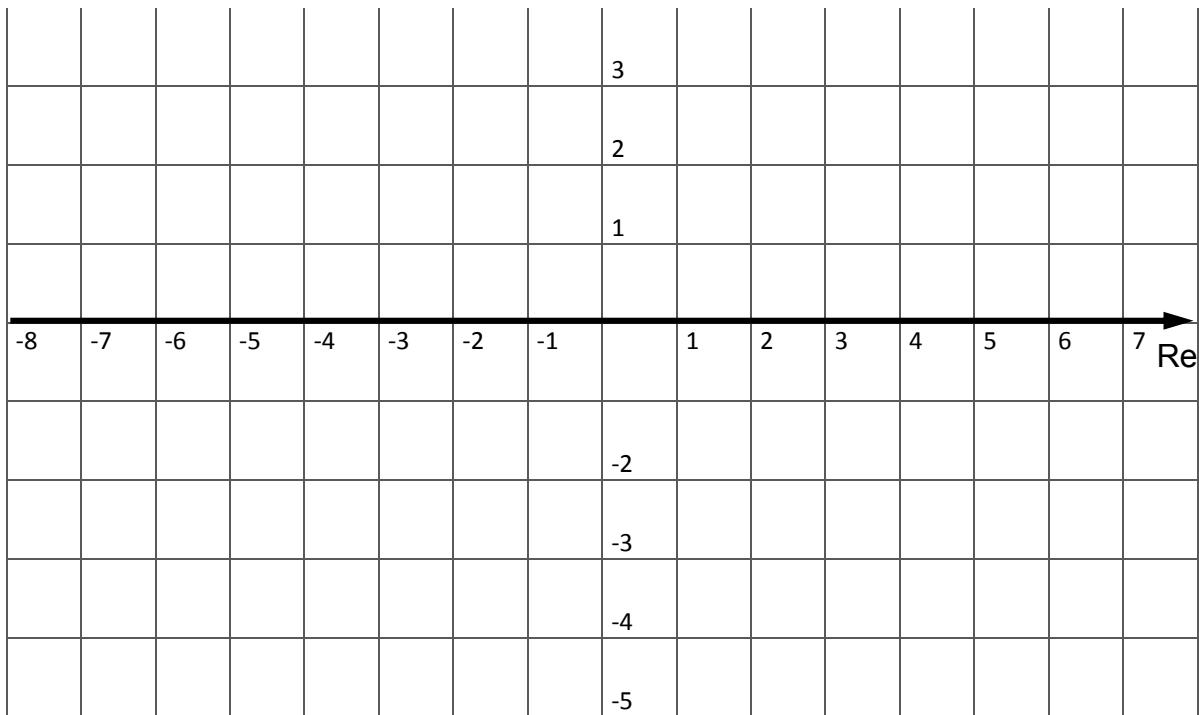


si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per  $K > 0$  (luogo diretto).

**RISPOSTA:**

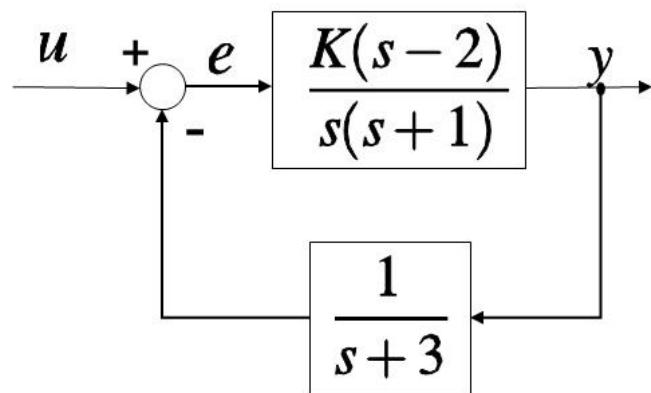
Disegnare il diagramma possibilmente usando il riquadro della pagina successiva.





### ESERCIZIO 6.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si determinino i valori di  $K$  tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti essere ASINTOTICAMENTE STABILE.

**RISPOSTA:**

$$K$$

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

La retroazione stato-ingresso in un sistema dinamico lineare e stazionario, NON completamente raggiungibile, NON può modificare gli autovalori della parte:

- raggiungibile del sistema
- osservabile del sistema
- non raggiungibile del sistema
- non osservabile del sistema

### DOMANDA 2.

Un sistema dinamico lineare e stazionario caratterizzato dalla seguente matrice di transizione:

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-2t} \\ 0 & 2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

- è semplicemente stabile
- è asintoticamente stabile
- è instabile
- è completamente controllabile

### DOMANDA 3.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, presenta uscita sinusoidale in assenza di ingresso. Tale sistema può essere di ordine (numero di componenti del vettore di stato):

- 4
- 3
- 2
- 1

### DOMANDA 4.

L'ingresso  $u(t)$  e l'uscita  $y(t)$  di un sistema sono legati dalla relazione  $\dot{y}(t) = u(t)$

Tale sistema è:

- puramente algebrico
- puramente dinamico
- dinamico, non puramente
- non fisicamente realizzabile

### DOMANDA 5.

Il tempo di salita  $T_s$  della risposta al gradino di un sistema retroazionato è definito come:

- il tempo necessario per raggiungere il 50% del valore finale
- il tempo necessario per raggiungere il 90% del valore finale
- il tempo necessario per passare dal 10% al 90% del valore finale
- il tempo necessario perché l'uscita rimanga entro il  $\pm 5\%$  del valore finale

**DOMANDA 6.**

Un sistema con funzione di trasferimento  $G(s)$  pari a:

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{s(s+2)}$$

risulta essere:

- semplicemente stabile
- asintoticamente stabile
- a fase minima
- puramente dinamico

**DOMANDA 7.**

Due sistemi di tipo 0, entrambi asintoticamente stabili, aventi la stessa costante di posizione  $K_p$ , se vengono posti in retroazione negativa unitaria:

- Generano sistemi stabili ad anello chiuso
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a gradino
- Presentano lo stesso errore a regime per lo stesso ingresso a gradino
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a rampa

**DOMANDA 8.**

Il sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{K}{s^2}$$

può essere reso asintoticamente stabile con uno schema ad anello chiuso, con retroazione unitaria negativa, che includa:

- un regolatore PI
- una rete anticipatrice
- un regolatore PD
- una rete ritardatrice