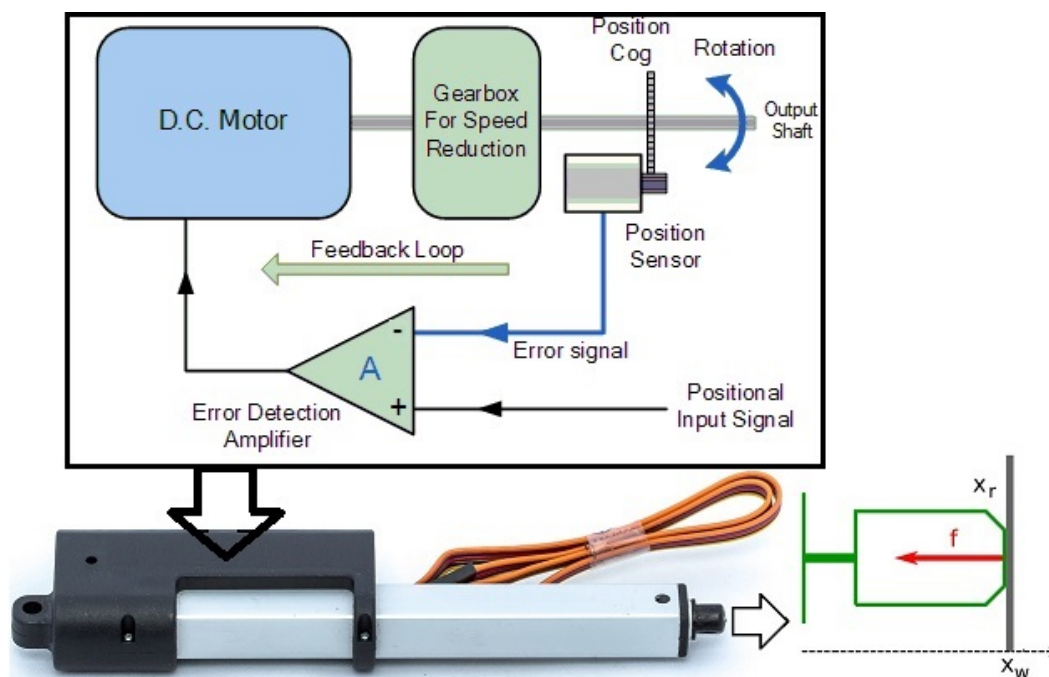


Prova TIPO – C per:

- **Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 crediti):** 6 dei 10 esercizi numerici (nell’effettiva prova d’esame verranno selezionati a priori dal docente) + domande a risposta multipla (v. ultime due pagine)
- **Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 crediti) / “CONTROLLI AUTOMATICI”:** tutti i 10 esercizi numerici (escluse le domande a risposta multipla nelle ultime 2 pagine)

ESERCIZIO 1.

Si vuole realizzare un sistema robotico, costituito da un attuatore lineare che integra il circuito elettronico di regolazione della posizione, al fine di mantenere una forza di spinta desiderata nel punto di contatto tra il robot ed una superficie dell’ambiente, come mostrato nella figura seguente:



Il modello dinamico di tale sistema si ottiene unendo il modello del circuito elettrico (di tipo RL) di un motore a corrente continua (DC motor), la cui tensione è generata dall’amplificatore di controllo in modo proporzionale alla differenza tra la posizione misurata e la posizione desiderata (ingresso del sistema), con il bilancio delle forze agenti sullo stelo dell’attuatore. In particolare, si ipotizza che la posizione della superficie di contatto x_w **sia fissata in 0** e che la forza di contatto, misurabile, sia proporzionale alla differenza tra la posizione dello stelo x_r e x_w . Per semplicità, si considera anche che i parametri del motore includano già il rapporto di riduzione e di trasformazione del moto del motore DC da rotativo a lineare.

In tali condizioni, le equazioni che descrivono il modello dinamico del sistema sono le seguenti:

$$L_a \dot{I}_a + R_a I_a + k_m \dot{x}_r = A(x_i - x_r)$$

$$m \ddot{x}_r + b \dot{x}_r + f = k_m I_a$$

$$f = k_w(x_r - x_w) = k_w x_r$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = I_a; x_2 = x_r; x_3 = \dot{x}_r; u = x_i; y = f;$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$R_a = 0,2; \quad L_a = 0,2; \quad k_m = 0,2; \quad A = 2;$$

$$m = 0,2; \quad b = 0,2; \quad k_w = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$P =$

$\text{rango}(P) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile.

ESERCIZIO 3.

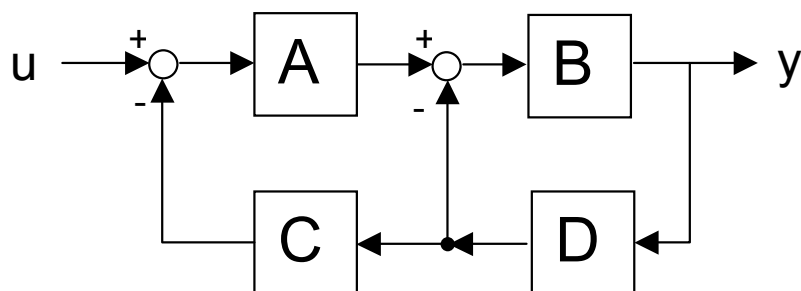
Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si determini la matrice del sistema chiuso in retroazione tramite una retroazione uscita-ingresso (i.e. $u = K y + v$) e se ne calcolino gli autovalori nel caso in cui sia fissato il valore di $K = 1$.

RISPOSTA:

autovalori =

ESERCIZIO 4.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente schema a blocchi:

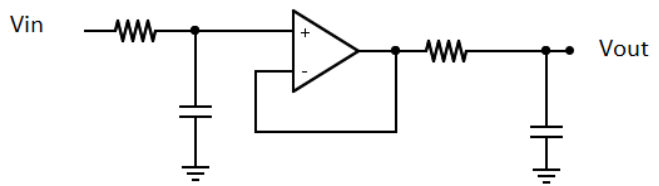


RISPOSTA:

$Y / U =$

ESERCIZIO 5.

Un sistema costituito dal circuito elettronico del tipo mostrato a fianco risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:



$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

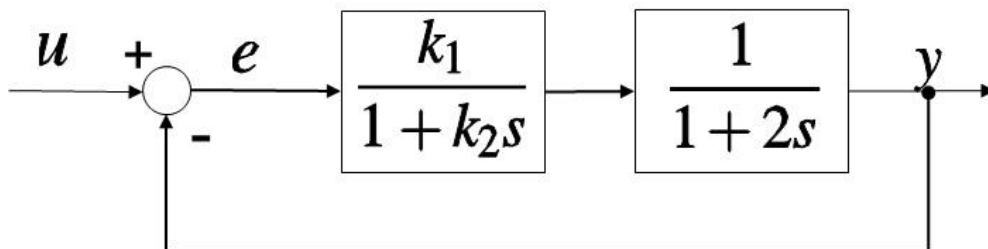
Si determini la risposta impulsiva del sistema considerato.

RISPOSTA:

$$W(t) =$$

ESERCIZIO 6.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si progettino i valori di k_1 e k_2 tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere tempo di assestamento $T_a = 0,6$ secondi e pulsazione naturale $\omega_n = 0,5$ rad/s.

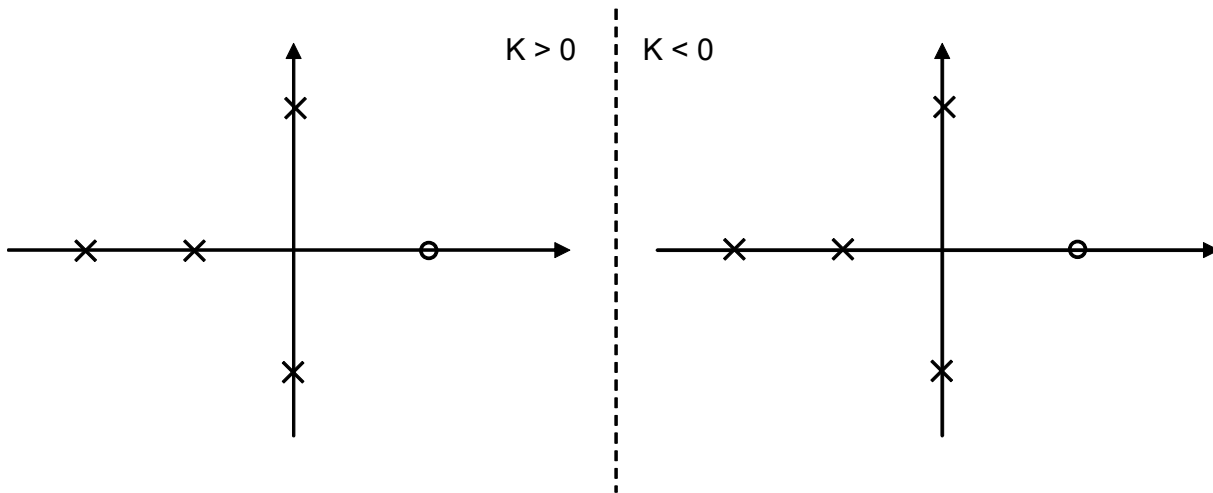
RISPOSTA:

$$k_1 =$$

$$k_2 =$$

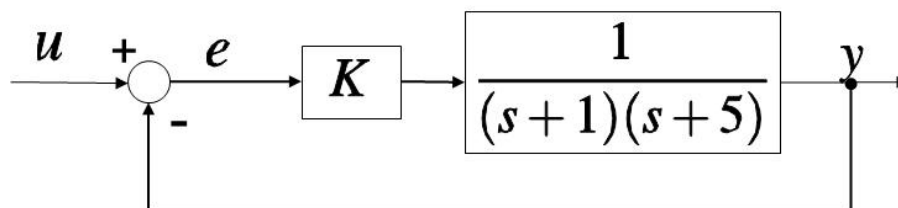
ESERCIZIO 7.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici per un sistema in retroazione la cui funzione di trasferimento d'anello abbia poli (X) e zeri (O) come indicato in figura:



ESERCIZIO 8.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si calcoli il valore di K tale per cui risulti:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, 1$$

qualora ad U sia applicato un gradino unitario:

$$u(s) = \frac{1}{s}$$

Una volta determinato il valore di K , si calcoli il coefficiente di smorzamento δ che il sistema chiuso in retroazione risulta avere per tale valore di progetto.

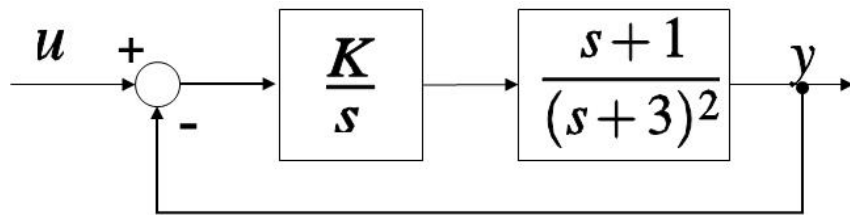
RISPOSTA:

$$K =$$

$$\delta =$$

ESERCIZIO 9.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



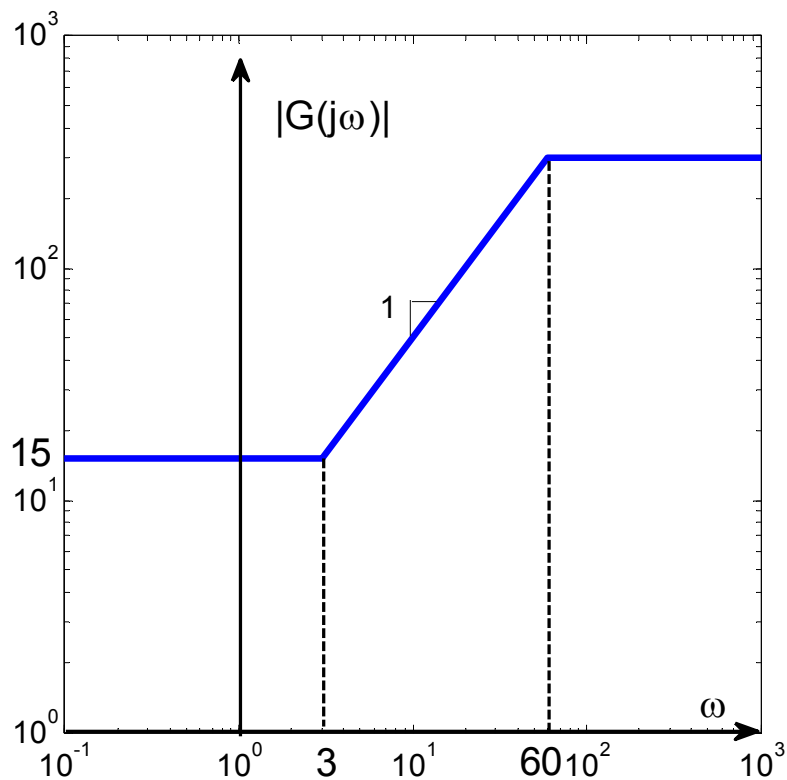
si determini l'intervallo di valori di K tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti essere ASINTOTICAMENTE STABILE.

RISPOSTA:

K

ESERCIZIO 10.

Dato il seguente diagramma di Bode delle ampiezze:



si determinino i parametri della funzione di trasferimento $G(s)$, supposta a fase minima.

$$G(s) = \frac{K(1+\tau s)}{1+\alpha\tau s}$$

RISPOSTA:

$K =$

$\tau =$

$\alpha =$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Due sistemi dinamici, lineari e stazionari, asintoticamente stabili, collegati in cascata (i.e. in serie tra loro) danno luogo ad un sistema:

- ☐ asintoticamente stabile
- ☐ semplicemente stabile
- ☐ completamente controllabile
- ☐ completamente osservabile

DOMANDA 2.

Una forma minima per un sistema dinamico, lineare e stazionario, risulta di ordine minore a quello del sistema quando:

- ☐ il sistema non è completamente osservabile
- ☐ il sistema non è completamente controllabile
- ☐ esiste una parte non raggiungibile e non osservabile
- ☐ il polinomio minimo è di grado inferiore a quello caratteristico

DOMANDA 3.

Una rete elettrica costituita da soli elementi reattivi (induttori e condensatori) ideali, è un sistema:

- ☐ non completamente controllabile
- ☐ asintoticamente stabile
- ☐ semplicemente stabile
- ☐ instabile

DOMANDA 4.

Il polinomio caratteristico di un sistema dinamico lineare, stazionario e tempo continuo, è:

$$\lambda^3(\lambda + 2)$$

Il sistema:

- ☐ ha un modo semplicemente stabile
- ☐ ha un modo asintoticamente stabile
- ☐ ha dei modi instabili
- ☐ potrebbe avere dei modi instabili

DOMANDA 5.

La funzione di trasferimento di un sistema SISO NON puramente dinamico, descritto da un modello nello spazio degli stati completamente controllabile e completamente osservabile con n autovalori distinti, è il rapporto di due polinomi in cui:

- ☐ il grado del denominatore è uguale a n
- ☐ il grado del denominatore può essere minore di n
- ☐ il grado del numeratore è uguale a n
- ☐ il grado del numeratore è minore di n

DOMANDA 6.

In base al principio del modello interno, per neutralizzare con errore a regime nullo un segnale in ingresso corrispondente al modo di un polo doppio nell'origine (i.e. un segnale a rampa, cioè con trasformata di Laplace $= 1/s^2$), occorre che nella funzione di trasferimento di anello del sistema retroazionato:

- ☐ sia presente almeno un polo nell'origine
- ☐ siano presenti almeno tre poli nell'origine
- ☐ siano presenti almeno due poli nell'origine
- ☐ il guadagno statico sia finito

DOMANDA 7.

Dato il diagramma di Bode delle ampiezze di una funzione $G(j\omega)$, da esso si può dedurre il diagramma delle fasi:

- ☐ solo se il diagramma di Bode delle ampiezze ha sempre pendenza negativa o nulla
- ☐ solo la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ ha tutti poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
- ☐ solo la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ ha tutti poli a parte reale negativa
- ☐ solo la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ ha tutti gli zeri a parte reale negativa

DOMANDA 8.

Il regolatore standard di tipo PID:

$$C(s) = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- ☐ è un sistema fisicamente realizzabile
- ☐ non è un sistema fisicamente realizzabile
- ☐ è sempre caratterizzato da una coppia di zeri reali distinti
- ☐ è sempre caratterizzato da una coppia di poli reali distinti