

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) / “CONTROLLI AUTOMATICI”

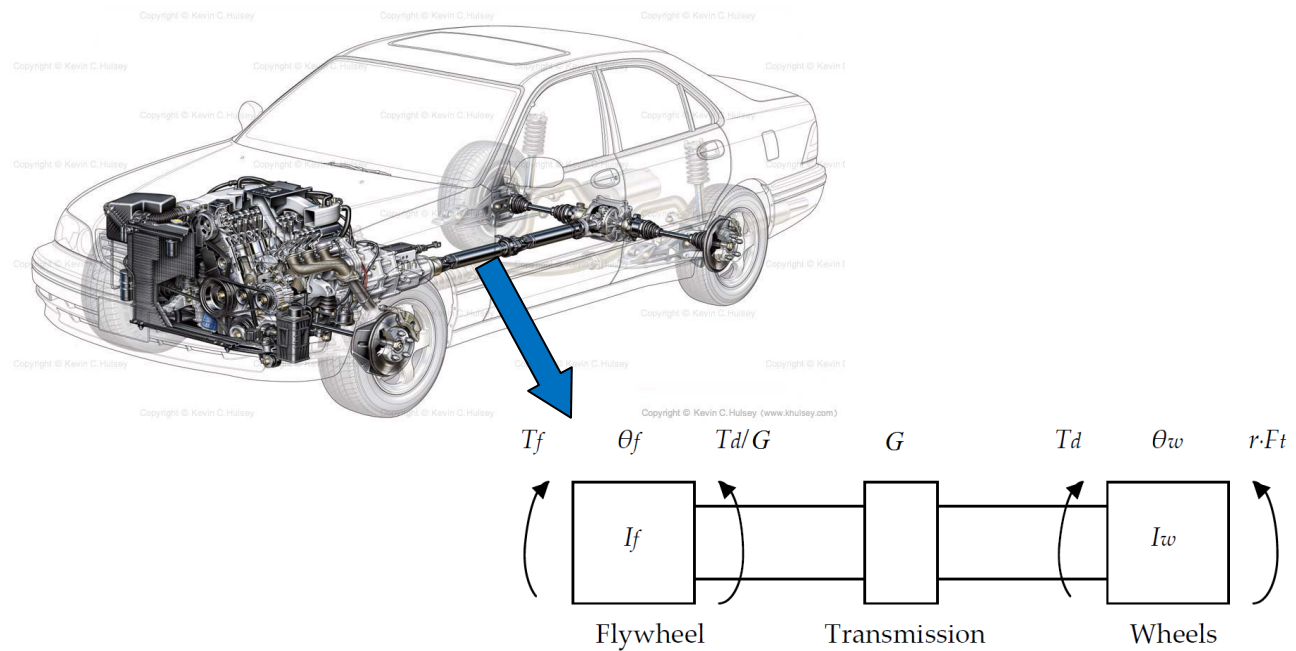
Prova scritta – 8 giugno 2018

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Il sistema di trasmissione della trazione in un'automobile può essere schematizzato come un gruppo meccanico costituito da due inerzie principali, quella dell'albero motore con relativo volano e quella dell'assale delle ruote motrici, interconnesse in modo elastico e con un certo rapporto di riduzione. La figura seguente mostra lo schema semplificato di interconnessione delle parti considerate di una generica automobile:



Dal bilancio dei momenti (T_f , T_d e $r \cdot F_t$) applicati alle due parti in moto (i.e. motore e assale ruote), si ottengono le seguenti equazioni differenziali:

$$I_f \ddot{\theta}_f = T_f - \left[\frac{K_s}{G} \left(\frac{\theta_f}{G} - \theta_w \right) + \frac{B_s}{G} \left(\frac{\dot{\theta}_f}{G} - \dot{\theta}_w \right) \right]$$

$$I_w \ddot{\theta}_w = \left[K_s \left(\frac{\theta_f}{G} - \theta_w \right) + B_s \left(\frac{\dot{\theta}_f}{G} - \dot{\theta}_w \right) \right] - r \cdot F_t$$

nella quale I_f e I_w sono i momenti di inerzia dell'albero motore e dell'assale ruote, K_s e B_s sono rispettivamente l'elasticità e la viscosità della trasmissione, T_f è il momento generato dal motore mentre $r \cdot F_t$ è quello generato dalle ruote per effetto della trazione al suolo.

NOTA BENE: quest'ultima quantità $r \cdot F_t$ verrà nel seguito considerata un disturbo, per cui esclusa dal modello matematico per il controllo oggetto dell'esercizio.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = \left(\frac{\theta_f}{G} - \theta_w\right); x_2 = \dot{\theta}_f; x_3 = \dot{\theta}_w; u = T_f; y = x_2$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$I_f = 0,05; \quad I_w = 0,1; \quad K_s = 4; \quad B_s = 1; \quad G = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e. $u = Hx + v$), in modo tale che:

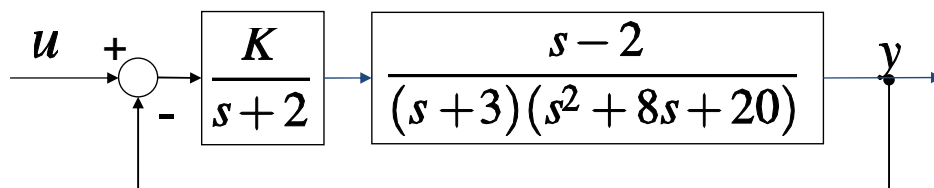
- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;
- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 1 secondo e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -3, -4, ecc.).

RISPOSTA:

$$H =$$

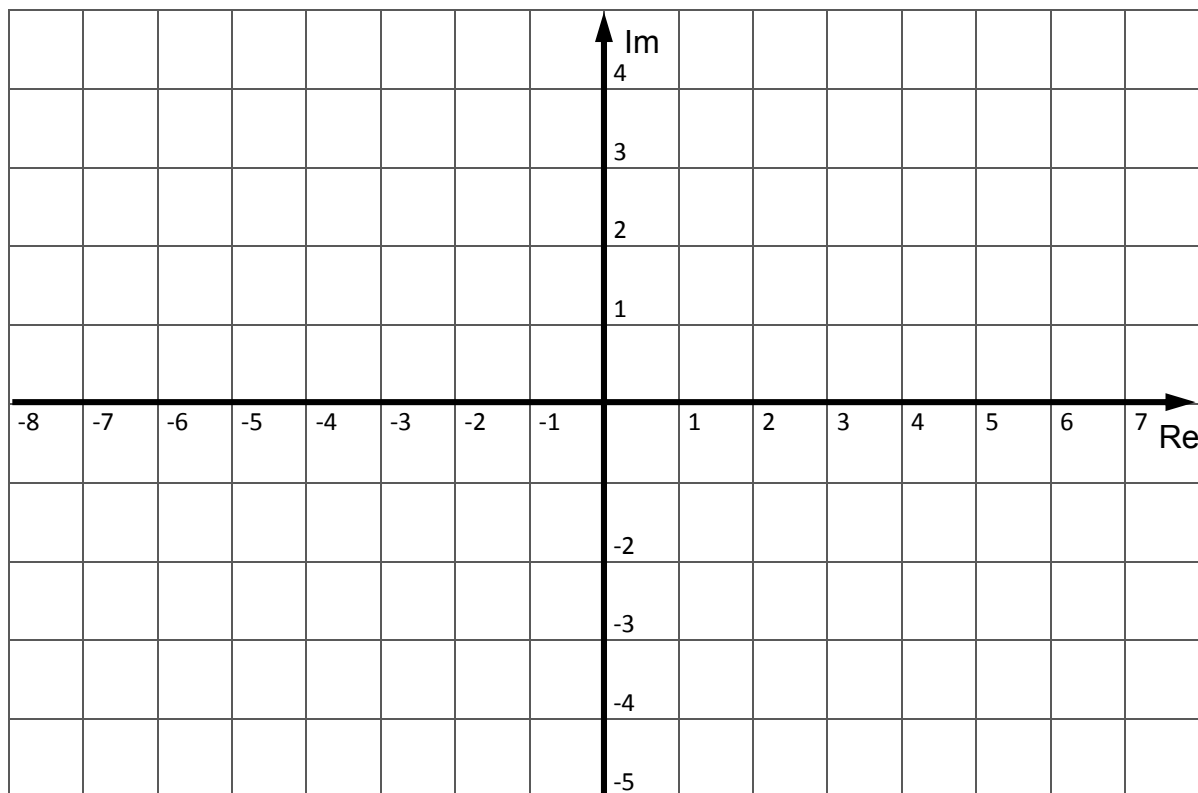
ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per $K > 0$ (luogo diretto).

RISPOSTA:



ESERCIZIO 5.

Dato il sistema dal diagramma a blocchi dell'Esercizio 4, si determini il valore di K tale per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere un polo in $s=0$.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 6.

Dato il seguente sistema dinamico:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x(t); \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Si calcoli il valore della risposta $y(t)$ all'istante $t = 2$ secondi, a partire dallo stato iniziale:

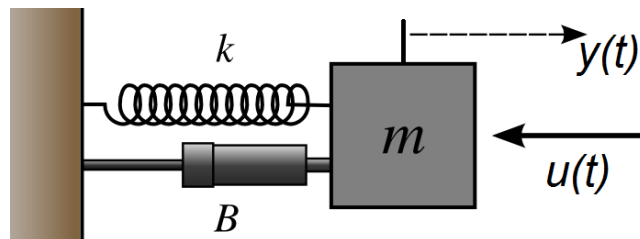
$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

RISPOSTA:

$$y(2) =$$

ESERCIZIO 7.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 6y(t) = u(t)$$

Si determinino la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ con la trasformata di Laplace ed il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino.

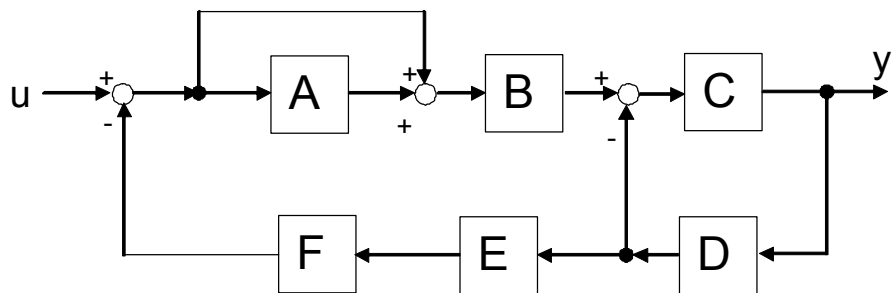
RISPOSTA:

$$G(s) =$$

$$T_a =$$

ESERCIZIO 8.

Dato il sistema costituito dal seguente diagramma a blocchi:



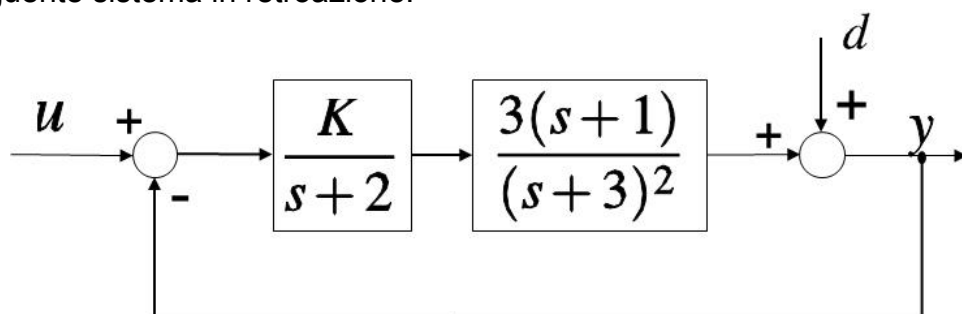
Si determini la funzione di trasferimento tra Y e U :

RISPOSTA:

$$Y / U =$$

ESERCIZIO 9.

Dato il seguente sistema in retroazione:



Si progetti il valore di K tale per cui, quando $u(t) = 0$ e $d(t)$ è un segnale a gradino unitario (con trasformata di Laplace $D(s) = 1/s$), $y(t) \rightarrow 0,01$ per $t \rightarrow \infty$.

RISPOSTA:

$$K$$

ESERCIZIO 10.

Data la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{100(1+2s)(1+\frac{s}{2})^2}{s(1+\frac{s}{20})^2(1+\frac{s}{100})}$$

Si tracci il corrispondente diagramma di Bode delle ampiezze, considerandone solamente l'approssimazione asintotica.

RISPOSTA:

