

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) / “CONTROLLI AUTOMATICI”

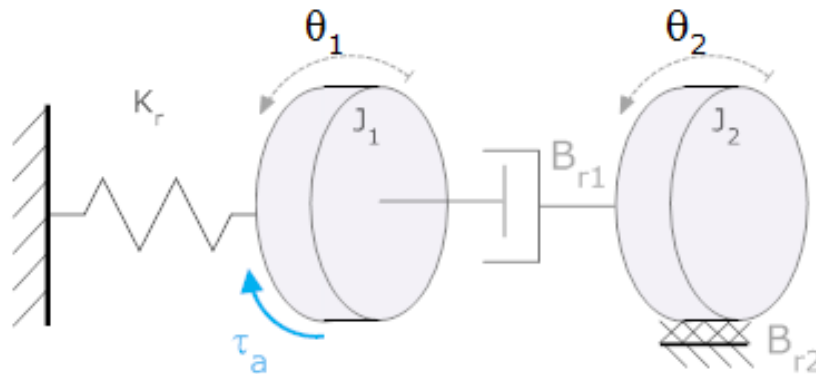
Prova scritta – 10 novembre 2017

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il seguente sistema meccanico costituito da due cilindri rotanti accoppiati:



Dall'analisi di bilancio delle forze generalizzate applicate ai due cilindri, si ottengono le seguenti equazioni differenziali:

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + B_{r1} \dot{\theta}_1 + K_r \theta_1 - B_{r1} \dot{\theta}_2 = -\tau_a$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + (B_{r2} + B_{r1}) \dot{\theta}_2 - B_{r1} \dot{\theta}_1 = 0$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

considerando le seguenti scelte per gli elementi del vettore di stato, per l'ingresso e per l'uscita:

$$x_1 = \theta_1; x_2 = \dot{\theta}_1; x_3 = \dot{\theta}_2; u = \tau_a; y = \theta_1$$

RISPOSTA:

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J_1 = 0,2; \quad J_2 = 0,1; \quad K_r = 2; \quad B_{r1} = 0,2; \quad B_{r2} = 0,1;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$P =$

$\text{rango}(P) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile.

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e. $u = Hx + v$), in modo tale che:

- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;
- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 3 secondi e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -2, -3, ecc.).

RISPOSTA:

$$H =$$

ESERCIZIO 4.

Un sistema costituito dal circuito elettronico del tipo mostrato a fianco risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

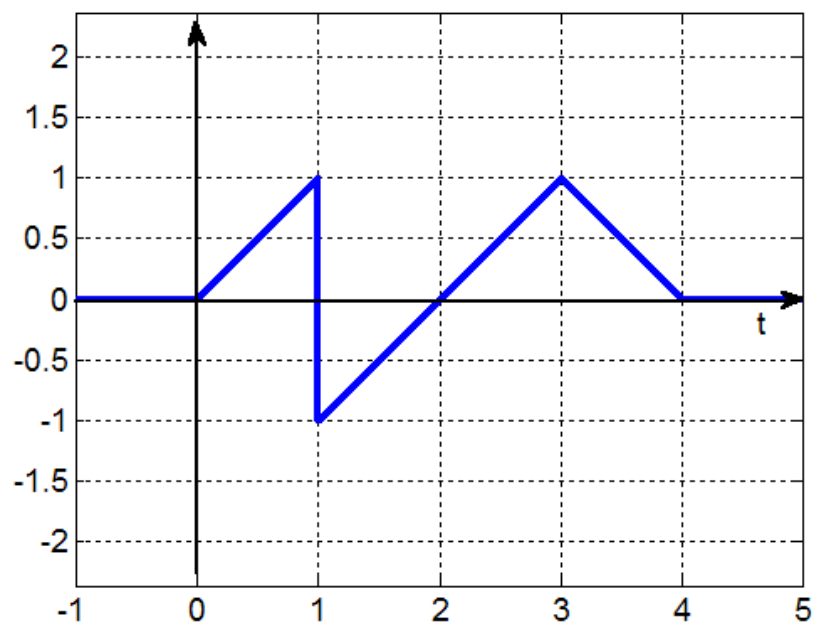
Si determini la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema considerato.

RISPOSTA:

$$G(s) =$$

ESERCIZIO 5.

Si determini la trasformata di Laplace del seguente segnale nel dominio del tempo $f(t)$:

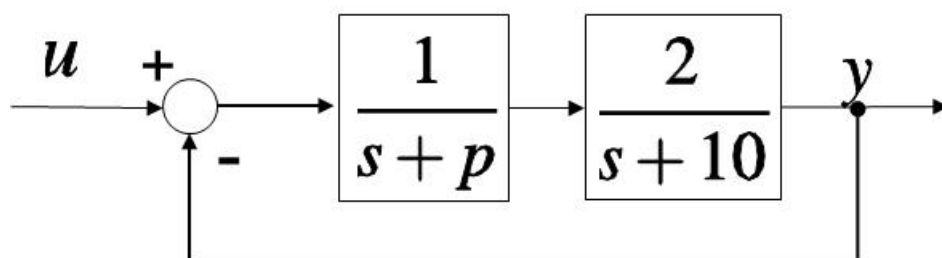


RISPOSTA:

$$F(s) =$$

ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



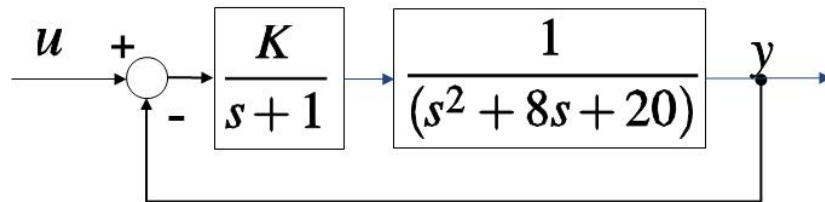
si calcoli il valore di p per il quale il sistema chiuso in retroazione risulti avere tempo di assestamento pari a 0,3 secondi.

RISPOSTA:

$$p =$$

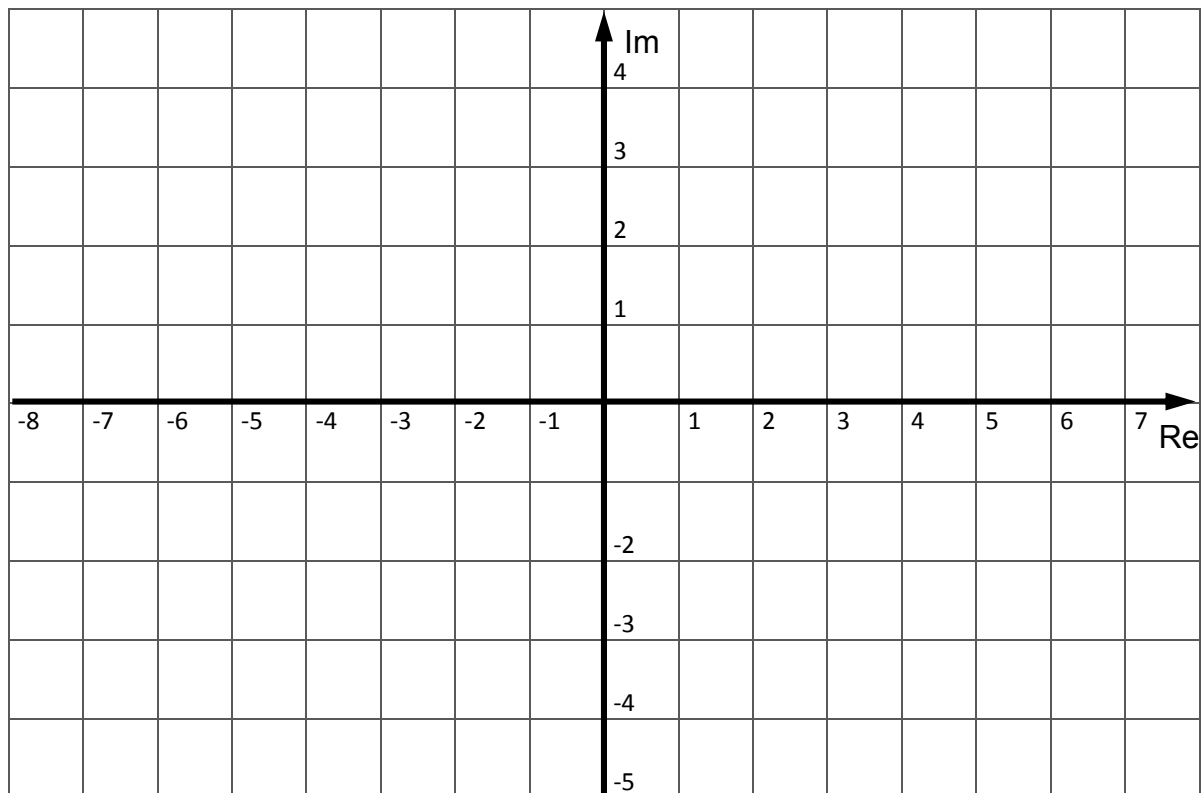
ESERCIZIO 7.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per $K > 0$ (luogo diretto).

RISPOSTA:



ESERCIZIO 8.

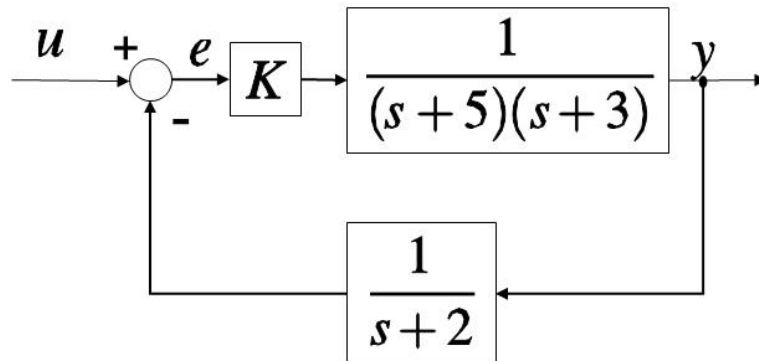
Dato il sistema dal diagramma a blocchi dell'Esercizio 7, si determini l'intervallo di valori di K per i quali il sistema risulti asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

K

ESERCIZIO 9.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito:



si calcoli il valore di K con il quale l'errore a regime (i.e. il segnale $e(t)$ per t che tende all'infinito) in risposta ad un gradino di ampiezza unitaria ($u(s) = 1/s$) risulta:

$$e(\infty) = 0,2$$

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 10.

Data la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{30(1 + \frac{s}{10})}{s(1 + \frac{s}{50})(1 + \frac{s}{100})}$$

Si disegni il diagramma di Bode delle ampiezze, considerando solo la linea spezzata che ne determina l'approssimazione asintotica.

Si noti che entrambi gli assi del piano predisposto per il tracciato del diagramma sono in scala logaritmica (es. la prima linea tratteggiata dopo il valore 10 indica il valore 20, la seguente il valore 30 ecc.) e l'asse delle ordinate esprime valori assoluti (i.e. non unità in dB).

RISPOSTA:

