Prova al PC con Matlab Tipo – B

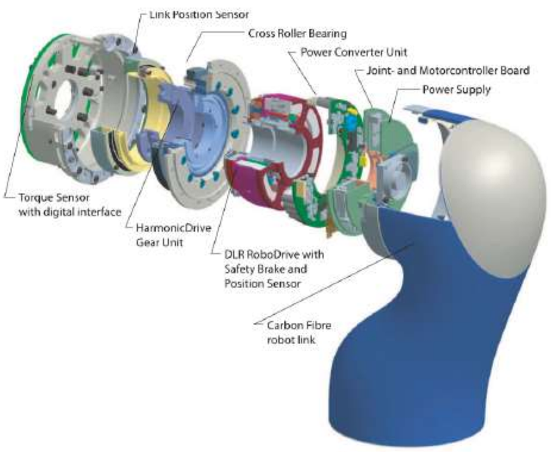
Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

Istruzioni per lo svolgimento: lo studente deve consegnare (manualmente, se la prova è svolta in presenza, tramite email a marcello.bonfe@unife.it se la prova è svolta in modalità telematica) al termine della prova un archivio ZIP (o RAR) nominato **Cognome_Nome.zip** (o .rar), contenente:

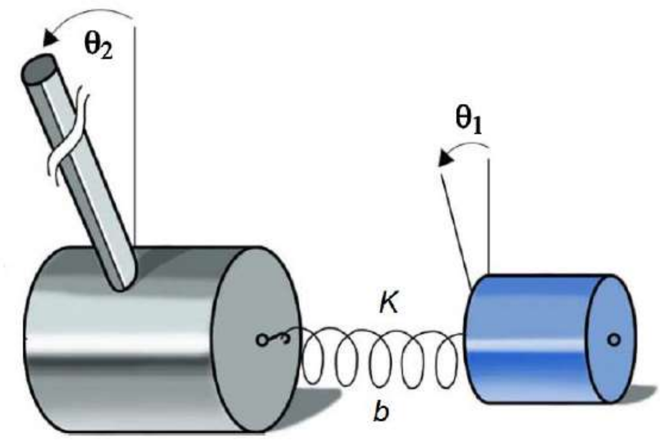
- Un Matlab script file (i.e. file di testo con estensione .m o .txt) riportante i comandi eseguiti e la risposta alle eventuali richieste teoriche sotto forma di commento (i.e. riga di testo preceduta dal simbolo %)
  NOTA: per copiare i comandi dalla Command History, visualizzarla tramite menu “Layout → Command History → Docked”, selezionare in tale finestra le righe di interesse tramite *Ctrl+mouse left-click* e dal menu visualizzato tramite *mouse right-click* selezionare “create script”
- Le figure rilevanti per la dimostrazione dei risultati ottenuti in formato JPEG o PNG avendo cura di <u>salvare i file delle figure quando queste mostrano le caratteristiche di interesse per la verifica del progetto</u> (es. Settling Time, Stability Margins, ecc.).
  NOTA: per salvare una figura Matlab in formato PNG o JPG, usare il menu “File → Save as” dalla finestra della figura di interesse, assegnarle un nome e selezionare l’estensione *.PNG o *.JPG nel menu a tendina “salva come”.

INTRODUZIONE

I moderni robot industriali con funzionalità collaborative (i.e. co-esistenza e interazione sicura tra umani e robot) sono spesso dotati di accoppiamenti meccanici elastici tra motori e parti in movimento, come ad esempio nel Light-Weight Robot (LWR) progettato dall’ente di ricerca tedesco DLR. La figura seguente mostra un esploso dettagliato del progetto meccanico (sinistra) e uno schema semplificato della trasmissione del moto tra motore e giunto:



(figura dal sito DLR – Institute of Robotics and Mechatronics)



Dal bilancio delle forze generalizzate applicate alle due parti in moto (i.e. rotore del motore elettrico e braccio), si ottengono le seguenti equazioni differenziali:

$$J_1\dot{\omega}_1 = -K(\theta_1 - \theta_2) - b(\omega_1 - \omega_2) + K_m I$$
$$J_2\dot{\omega}_2 = K(\theta_1 - \theta_2) + b(\omega_1 - \omega_2)$$

nella quale $\boldsymbol{\omega_1} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{1}$ e $\boldsymbol{\omega_2} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{2}$, J_1 e J_2 sono i momenti di inerzia delle due parti rotanti, K e b sono rispettivamente l'elasticità e la viscosità dell'accoppiamento meccanico, mentre I e K_m sono rispettivamente la corrente elettrica nel motore e la costante di coppia di quest'ultimo.

Fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$\boldsymbol{x_1} = (\boldsymbol{\theta_1} - \boldsymbol{\theta_2});\ \boldsymbol{x_2} = \boldsymbol{\omega_1};\ \boldsymbol{x_3} = \boldsymbol{\omega_2};\ \boldsymbol{u} = \boldsymbol{I};\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x_3}$$

Si ottiene un corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \boldsymbol{B}u(t);\ y(t) = \boldsymbol{C}x(t) + \boldsymbol{D}u(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{K}{J_1} & -\frac{b}{J_1} & \frac{b}{J_1} \\ \frac{K}{J_2} & \frac{b}{J_2} & -\frac{b}{J_2} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{J_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ESERCIZIO 1

a) Per il sistema descritto nell'Introduzione, si fissino i seguenti valori numerici per i parametri:

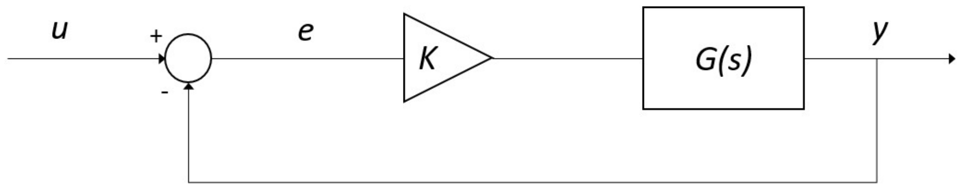
$$J_1 = J_2 = 0.1; \quad K = 0.2; \quad b = 0.08; \quad K_m = 50$$

e si ricavi la funzione di trasferimento G(s) del sistema in esame

b) Si determinino i poli della funzione di trasferimento e si verifichi se coincidono con gli autovalori di A. Descrivere il motivo di eventuali discrepanze tramite righe di commento (i.e. precedute dal simbolo %) sul file .m

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema in retroazione unitaria rappresentato in figura:



Con G(s) ricavata al punto a) dell'Esercizio 1.

a) Si verifichi se il sistema ad anello chiuso, con guadagno $K = 1$, risulti o meno stabile tramite l'analisi della risposta $y(t)$ al gradino unitario.

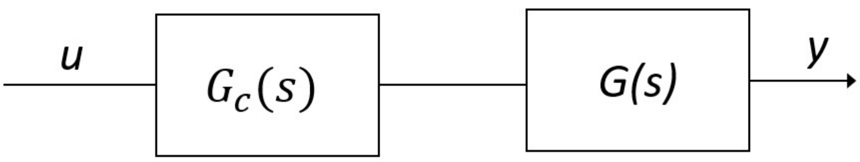
b) Si determini, se esiste, il valore del guadagno K_{lim} per il quale il sistema risulta semplicemente stabile, utilizzando il grafico del luogo delle radici della funzione G(s).

c) Si ponga $K_1 = 0.8\, K_{lim}$, si visualizzi l'andamento della risposta al gradino $y(t)$ del sistema chiuso in retroazione con tale guadagno e si determini il tempo d'assestamento al 5%.

d) Si determini l'errore a regime motivandone il valore tramite righe di commento (i.e. precedute dal simbolo %) sul file .m

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema rappresentato in figura



Con $G_c(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s} = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ rete anticipatrice ($\tau_2 < \tau_1$ o $\alpha < 1$), $G(s)$ ricavata al punto a) dell'Esercizio 1.

Si progetti la rete anticipatrice che garantisca un margine di fase $M_f = 45°$ utilizzando la procedura empirica riportata nella dispensa FdA-3.1-RetiCorrettrici o in alternativa il metodo delle formule di inversione.

In particolare:

a) Si determinino i coefficienti τ_1 e τ_2 (o equivalentemente α e τ) della rete anticipatrice;

b) Si visualizzino in un'unica figura i diagrammi di Bode del sistema non compensato e del sistema compensato, evidenziando i relativi margini di fase;

c) Si verifichi la risposta al gradino del sistema compensato e chiuso in retroazione unitaria negativa e se ne determini la massima sovraelongazione percentuale.

Soluzione

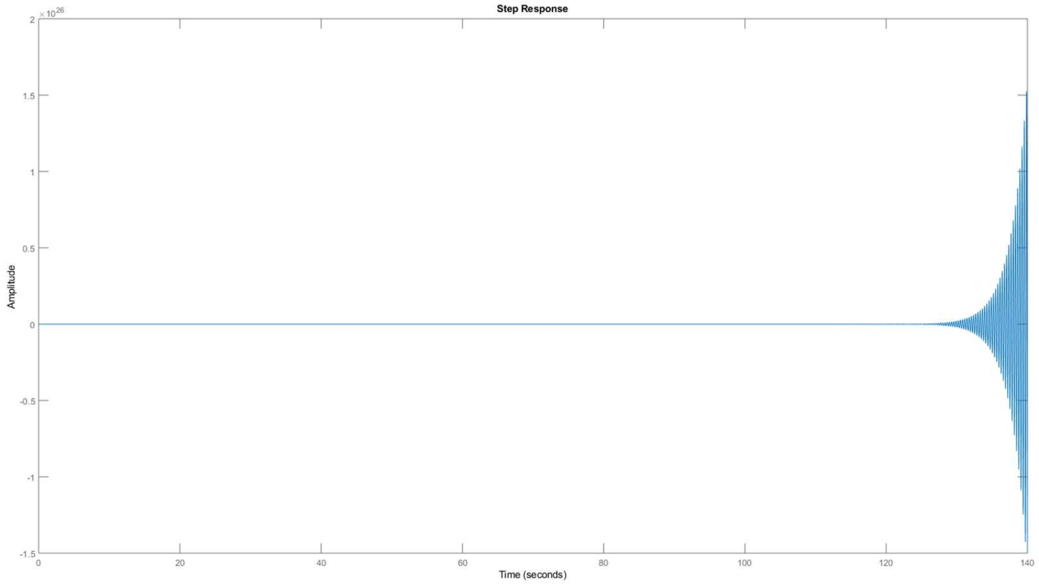
ESERCIZIO 1

```
%% Es 1-a: Ricavare le matrici A,B,C,D del sistema

% variabili numeriche
J1=0.1;
J2=0.1;
K=0.2;
b=0.08;
Km=50;

% definizione matrici A,B,C,D
A=[0 1 -1;-K/J1 -b/J1 b/J1;K/J2 b/J2 -b/J2];
B=[0;Km/J1;0];
C=[0 0 1];
D=0;

>> A

A =
         0    1.0000   -1.0000
   -2.0000   -0.8000    0.8000
    2.0000    0.8000   -0.8000

>> B

B =
 0
 500
 0

>> C

C =
 0    0    1

>> D

D =
  0
```

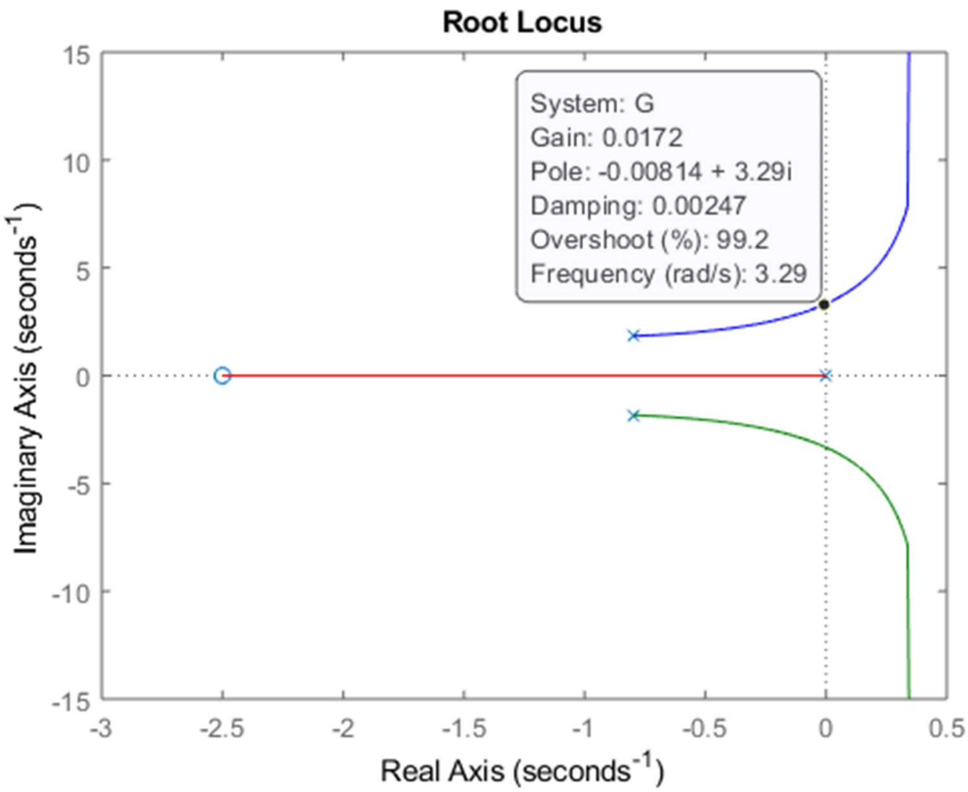
```
%% Es 1-a matrice di trasferimento
sys = ss(A,B,C,D);
G = tf(sys);


G =

              400 s + 1000
  -------------------------------
  s^3 + 1.6 s^2 + 4 s - 7.216e-33

%% Es 1-b poli di G e autovalori di A
p = pole(G);
ev = eig(A);

p =

  -0.8000 + 1.8330i
  -0.8000 - 1.8330i
   0.0000 + 0.0000i
ev =

  -0.8000 + 1.8330i
  -0.8000 - 1.8330i
   0.0000 + 0.0000i

% poli e autovalori coincidono perché il sistema è
% completamente controllabile e osservabile
```

ESERCIZIO 2

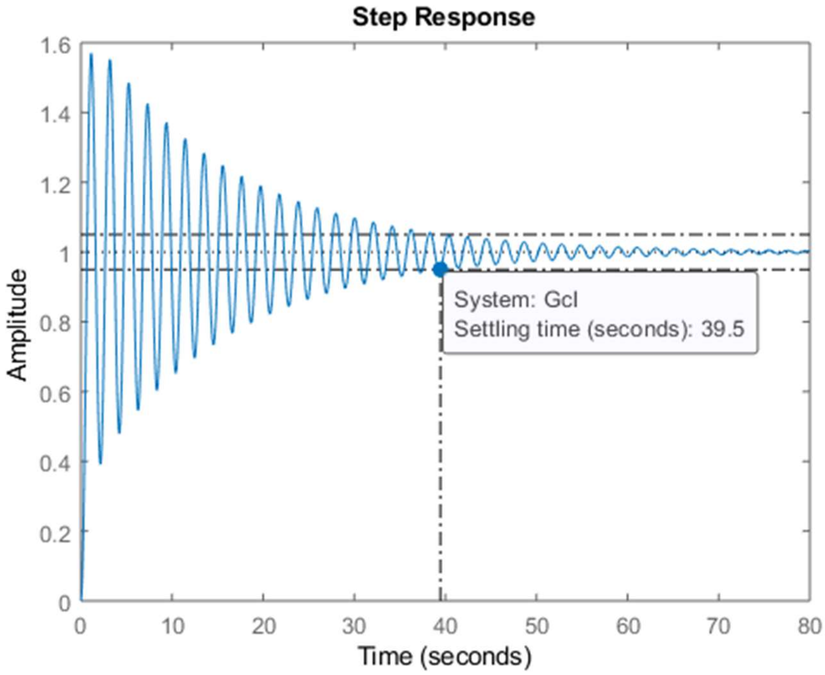
```
%% Es 2-a risposta al gradino ad anello chiuso

K=1;
Gcl = feedback(K*G,1);
figure,step(Gcl) % sistema instabile
```



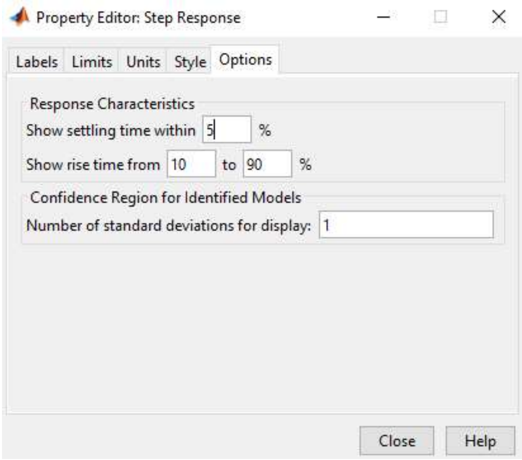

```
%% Es 2-b Calcolo del guadagno critico o limite per la
stabilità ad anello chiuso

% plot del luogo delle radici
figure,rlocus(G)
% valore selezionato dal grafico
Klim = 0.017;
```




```
%% Es 2-c risposta al gradino con guadagno 80% del
% guadagno limite

K1 = 0.8*Klim;

>> K1

K1 =

   0.0136


Gcl1 = feedback(K1*G,1);% FDT anello chiuso
figure,step(Gcl1); % Sistema stabile
```



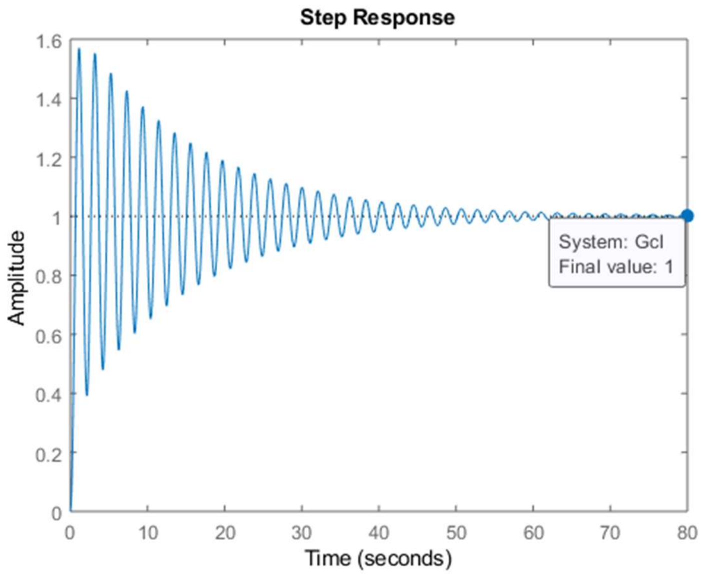
NOTA BENE: impostare la visualizzazione del tempo di assestamento al 5% tramite il menu ottenuto con mouse right-click sul plot della risposta:



Oppure tramite i comandi:

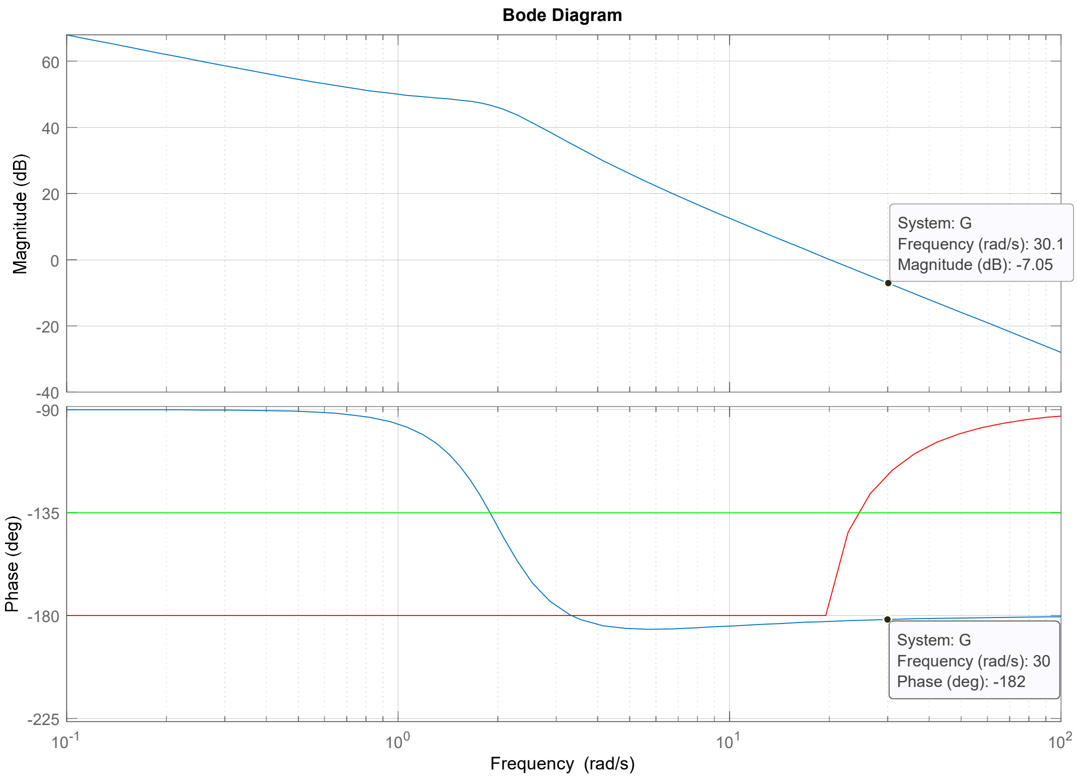
```
Popt=timeoptions;
Popt.SettleTimeThreshold=0.05;

figure,step(Gcl1,Popt)

%% Es 2- d considerazioni su errore a regime
p=pole(K1*G)
p =
   -0.8000 + 1.8330i
   -0.8000 - 1.8330i
    0.0000 + 0.0000i
% come evidenziato dal grafico della risposta al gradino,
```

```
% l'uscita tende a 1 al crescere di t, infatti il sistema
% K1*G è un sistema di tipo 1 (1 polo nell'origine
% p(3)=0). Per questo tipo di sistemi l'errore a regime
% nella risposta al gradino è nullo
```



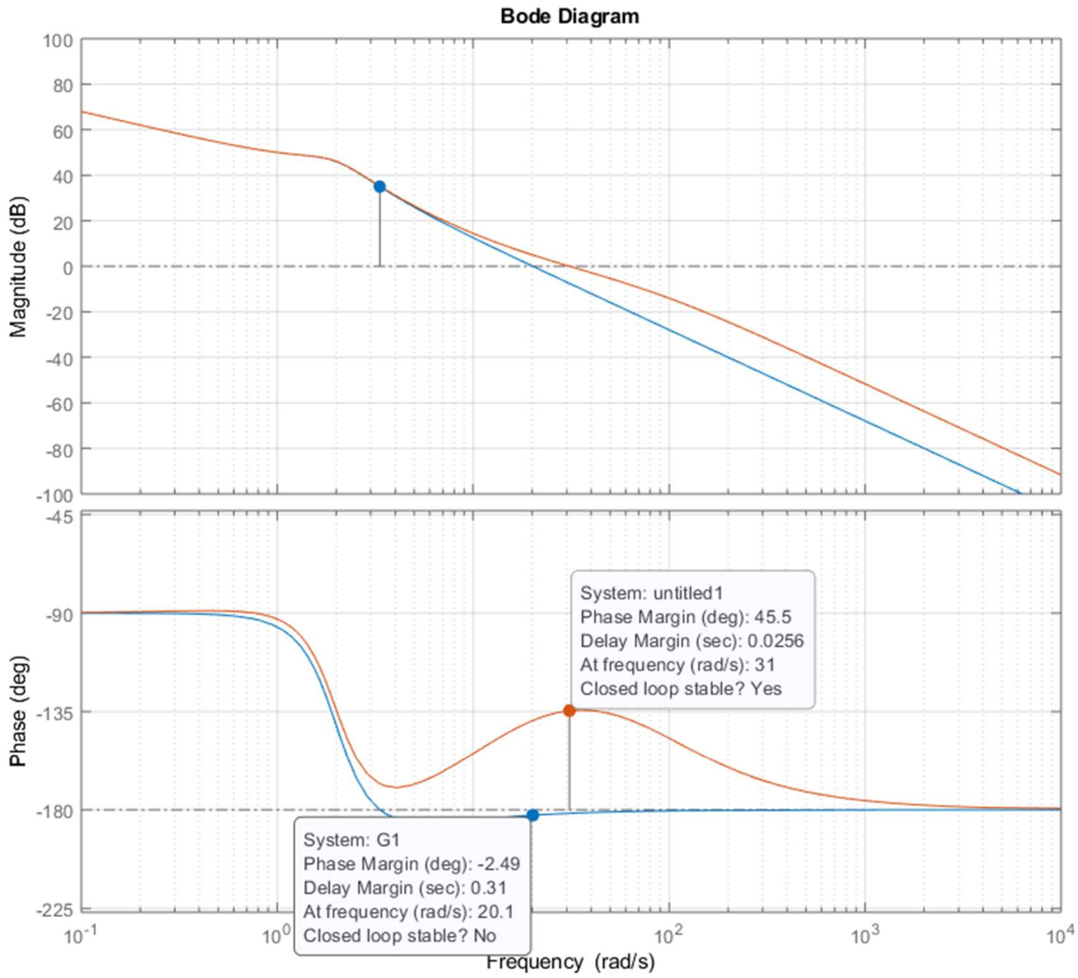
ESERCIZIO 3

```
%% Es 3-a progetto della rete con formule d'inversione.

G1 = K*G;
Mf = 45;
leadNetDesignBode(G1,Mf);
% grafici per la verifica della realizzabilità della rete
```

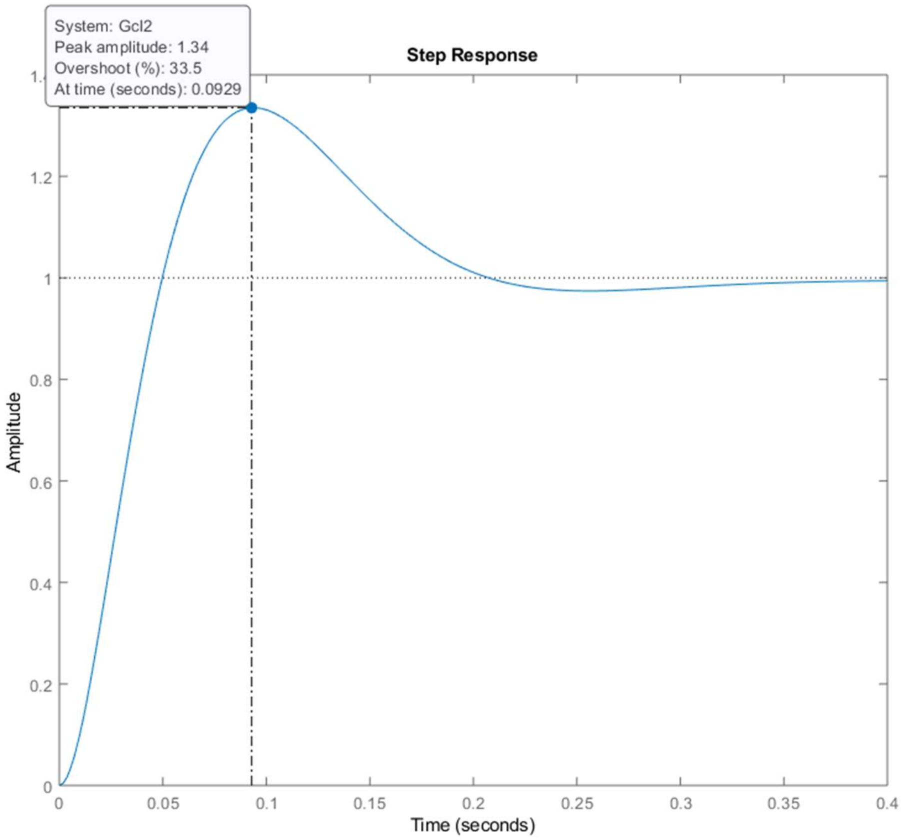



```
% valori selezionati dal grafico
omega=30;
M = db2mag(7.35); % anticipatrice: amplifica
phi = 182-(180-Mf); % anticipatrice: anticipa la fase

tau1 = (M-cosd(phi))/(omega*sind(phi));
tau2 = (cosd(phi)-1/M)/(omega*sind(phi));

s=tf('s');
Gc=(1+tau1*s)/(1+tau2*s)

Gc =

  0.07515 s + 1
  -------------
  0.01153 s + 1
% verifica che sia anticipatrice:
alpha = tau2/tau1 % < 1

>> alpha

alpha =
```

```
    0.1534

%% Es 3-b diagrammi di bode e margini di fase
figure,bode(G1)
grid on
hold on
bode(Gc*G1) % verificare i margini
```



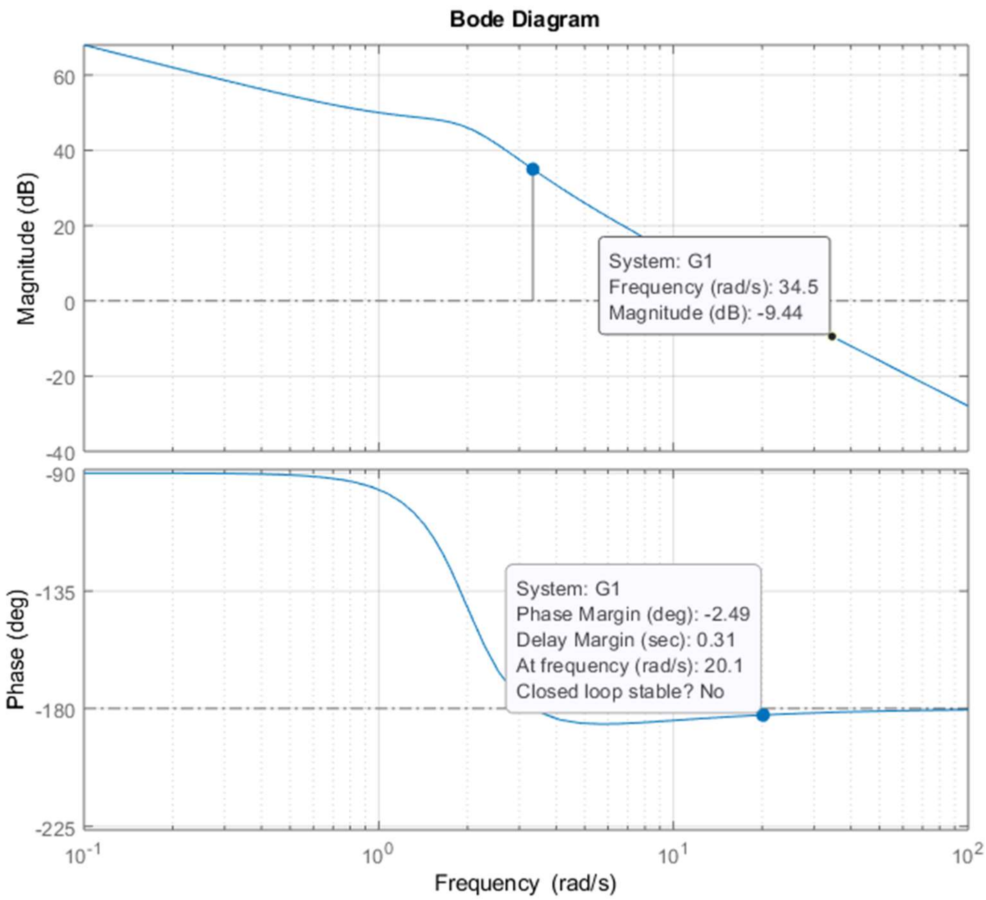

```
%% Es 3-c risposta al gradino e sovraelongazione
Gcl2 = feedback(Gc*G1,1);
figure,step(Gcl2) % overshoot 33.5%
```



ESERCIZIO 3 soluzione alternativa

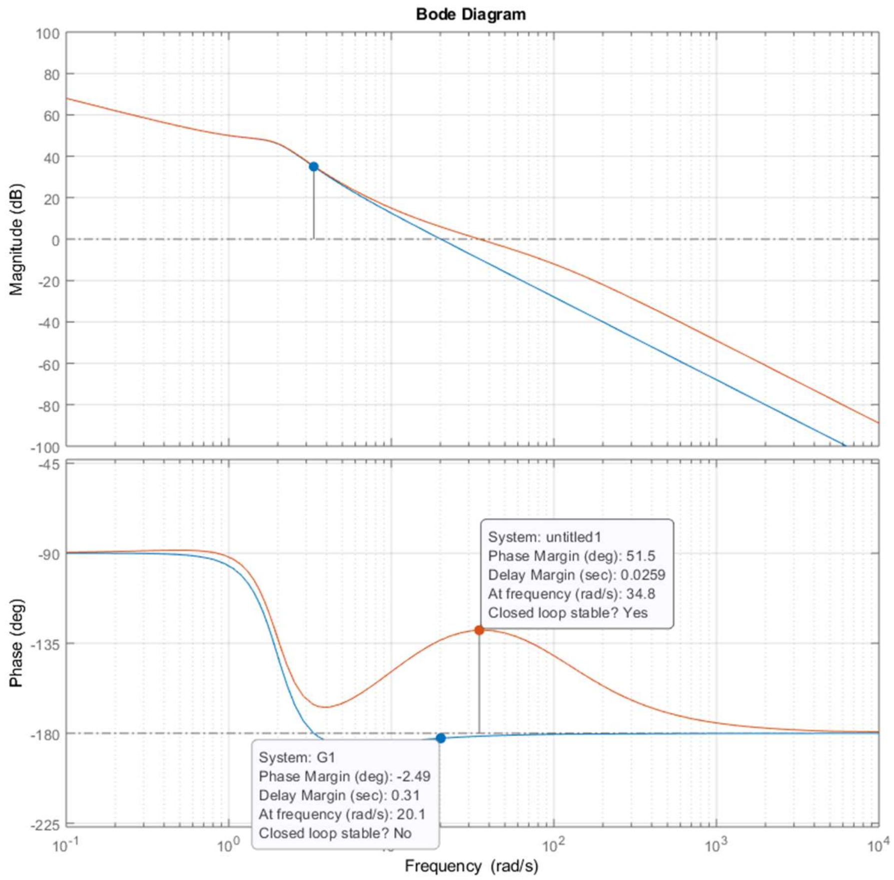
```
%% Es 3-a progetto della rete con procedura empirica

G1 = K*G;
Mf = 45;

figure, bode(G1)
grid on

% passo 1: determinare l'attuale margine di fase

% passo 2: determinare l'anticipo di fase necessario per
% ottenere il margine di fase voluto più un margine di
% sicurezza

% passo 3: determinare alpha secondo la regola
% alpha = (1-sind(phi))/(1+sind(phi))

% passo 4: determinare graficamente la pulsazione omega a
% cui il modulo del sistema non compensato vale
```

```
% -20*log10(1/sqrt(alpha))

% passo 5: ricavare tau dalla relazione
% tau = 1/(omega*sqrt(alpha))
```

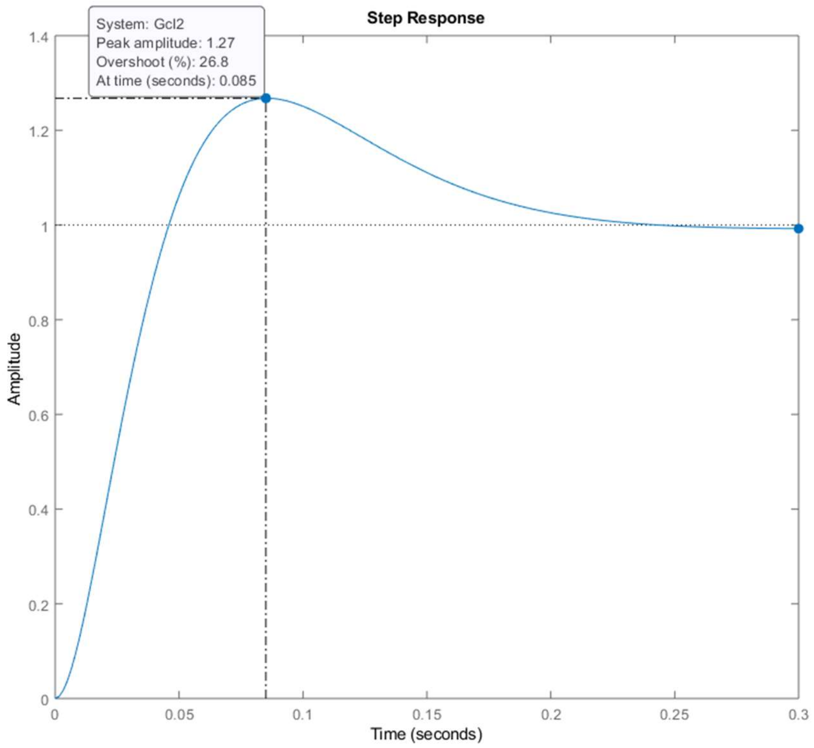



```
Mf = 45;
% -2.5 (circa 3) = margine di fase attuale
% serve quindi un anticipo di fase di almeno
% Mf (desiderato) + 3 + il margine di sicurezza (altri 5)
phi = 3 + Mf + 5;
alpha = (1 - sind(phi))/(1 + sind(phi));

alpha =
    0.1120

Mm = -20*log10(1/sqrt(alpha));

Mm =
  -9.5096
```

```
omega=34.5; % valore selezionato dal grafico di ampiezza
tau = 1/(sqrt(alpha)*omega);


tau =
    0.0866


s = tf('s');
Gc = (1+tau*s)/(1+alpha*tau*s);

Gc =
  0.08663 s + 1
  --------------
  0.009698 s + 1

%% Es 3-b diagrammi di bode e margini di fase

figure,bode(G1)
grid on
hold on
bode(Gc*G1) % verificare i margini
```




```
%% Es 3-c risposta al gradino e sovraelongazione
Gcl2 = feedback(Gc*G1,1);
figure,step(Gcl2) % overshoot 27%
```


Step Response
System: Gcl2
Peak amplitude: 1.27
Overshoot (%): 26.8
At time (seconds): 0.085
Amplitude
Time (seconds)
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3