Prova al PC con Matlab Tipo – A

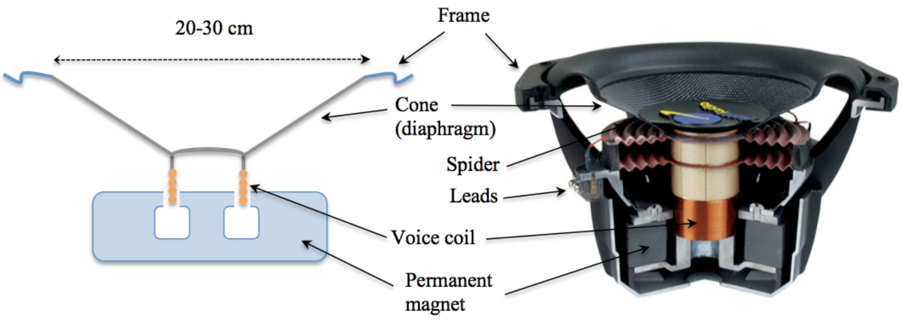
Esame di "FONDAMENTI DI AUTOMATICA" (9 CFU)

Istruzioni per lo svolgimento: lo studente deve consegnare (manualmente, se la prova è svolta in presenza, tramite email a marcello.bonfe@unife.it se la prova è svolta in modalità telematica) al termine della prova un archivio ZIP (o RAR) nominato **Cognome_Nome.zip** (o .rar), contenente:

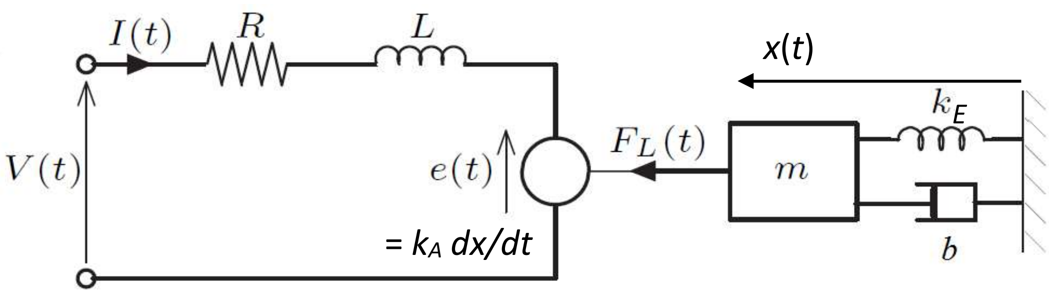
- Un Matlab script file (i.e. file di testo con estensione .m o .txt) riportante i comandi eseguiti e la risposta alle eventuali richieste teoriche sotto forma di commento (i.e. riga di testo preceduta dal simbolo %)
  NOTA: per copiare i comandi dalla Command History, visualizzarla tramite menu "Layout → Command History → Docked", selezionare in tale finestra le righe di interesse tramite *Ctrl+mouse left-click* e dal menu visualizzato tramite *mouse right-click* selezionare "create script"
- Le figure rilevanti per la dimostrazione dei risultati ottenuti in formato JPEG o PNG avendo cura di salvare i file delle figure quando queste mostrano le caratteristiche di interesse per la verifica del progetto (es. Settling Time, Stability Margins, ecc.).
  NOTA: per salvare una figura Matlab in formato PNG o JPG, usare il menu "File → Save as" dalla finestra della figura di interesse, assegnarle un nome e selezionare l'estensione *.PNG o *.JPG nel menu a tendina "salva come".

INTRODUZIONE

Si consideri un altoparlante ad attrazione magnetica per la riproduzione sonora, rappresentato dalla seguente figura:



Tale dispositivo è un sistema elettromeccanico che può essere schematizzato dal diagramma seguente, che evidenzia la presenza di un circuito elettrico RL e di un gruppo massa-molla-smorzatore azionato dalla forza di attrazione magnetica F_L:



Le equazioni differenziali che descrivono il modello dinamico del sistema sono le seguenti:

$$V = RI + L\dot{I} + k_A\dot{x}$$
$$m\ddot{x} + b\dot{x} + k_E x = k_A I$$

Fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = I; x_2 = x; x_3 = \dot{x}; u = V; y = x_2$$

Si ottiene un corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\ y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{k_A}{L} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_A}{m} & -\frac{k_E}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ESERCIZIO 1

a) Per il sistema descritto nell'Introduzione, si fissino i seguenti valori numerici per i parametri:

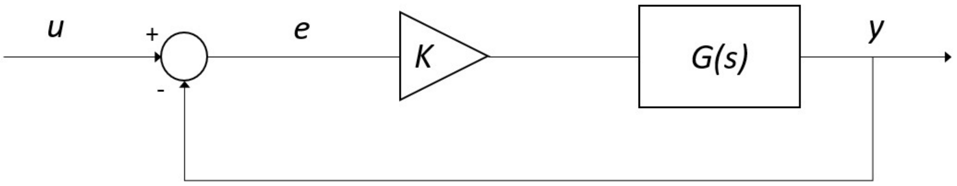
$$m = 0{,}1; \quad b = 0{,}4; \quad k_E = 0{,}6; \quad R = 4; \quad L = 0{,}5; \quad k_A = 0{,}5$$

e si ricavi la funzione di trasferimento G(s) del sistema in esame

b) Si determinino i poli della funzione di trasferimento e si verifichi se coincidono con gli autovalori di A. Descrivere il motivo di eventuali discrepanze tramite righe di commento (i.e. precedute dal simbolo %) sul file .m

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema in retroazione unitaria rappresentato in figura:



Con G(s) ricavata al punto a) dell'Esercizio 1.

a) Si determini il valore della costante K per la quale si ottiene un errore a regime $e(\infty) = 0.05$ per un ingresso a gradino unitario.

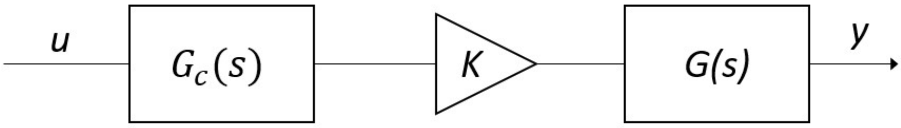
b) Si verifichi se il sistema ad anello chiuso, con il valore di K ottenuto al punto precedente, risulti o meno stabile tramite l'analisi della risposta $y(t)$ al gradino unitario.

c) Si determini, se esiste, il valore del guadagno K_{lim} per il quale il sistema risulta semplicemente stabile, utilizzando il grafico del luogo delle radici della funzione G(s).

d) Si ponga $K_1 = 0.8\, K_{lim}$, si visualizzi l'andamento della risposta al gradino $y(t)$ del sistema chiuso in retroazione con tale guadagno e si determini il tempo d'assestamento al 5%.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema rappresentato in figura



Con $G_c(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s} = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$ rete ritardatrice ($\tau_1 < \tau_2$ o $\alpha < 1$), K ricavato al punto a) dell'Esercizio 2 e $G(s)$ ricavata al punto a) dell'Esercizio 1.

Si progetti la rete ritardatrice che garantisca un margine di fase $M_f = 45°$ utilizzando la procedura empirica riportata nella dispensa FdA-3.1-RetiCorrettrici o in alternativa il metodo delle formule di inversione.

In particolare:

a) Si scelga opportunamente la pulsazione di incrocio ω_c del sistema compensato e si determinino i coefficienti τ_1 e τ_2 (o equivalentemente α e τ) della rete ritardatrice;

b) Si visualizzino in un'unica figura i diagrammi di Bode del sistema non compensato e del sistema compensato, evidenziando i relativi margini di fase;

c) Si verifichi la risposta al gradino del sistema compensato e chiuso in retroazione unitaria negativa e se ne determini il tempo di assestamento al 5%

Soluzione

ESERCIZIO 1

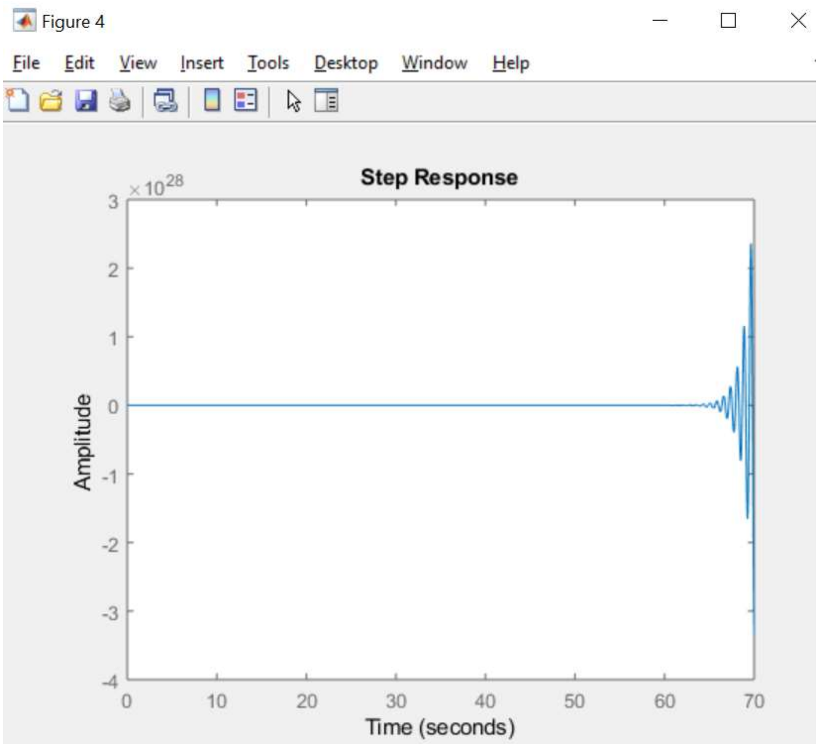
```
%% Es 1-a: Ricavare le matrici A,B,C,D del sistema

% variabili numeriche
m = 0.1;
b = 0.4;
Ke = 0.6;
R = 4;
L = 0.5;
Ka = 0.5;

% definizione matrici A,B,C,D
A=[-R/L 0 -Ka/L;0 0 1;Ka/m -Ke/m -b/m];
B=[1/L 0 0]';
C=[0 1 0];
D=0;

>> A

A =

-8.000      0        -1.0000
 0          0         1.0000
 5.0000   -6.0000   -4.0000

>> B

B =

 2
 0
 0

>> C

C =

 0     1     0
```

```
>> D

D =

  0

%% Es 1-a matrice di trasferimento
sys = ss(A,B,C,D);
G = tf(sys);


G =

              10
  ------------------------
  s^3 + 12 s^2 + 43 s + 48

%% Es 1-b poli di G e autovalori di A
p = pole(G);
ev = eig(A);

p =

   -6.5616
   -3.0000
   -2.4384
ev =

   -6.5616
   -3.0000
   -2.4384

% poli e autovalori coincidono perché il sistema è

% completamente controllabile e osservabile
```

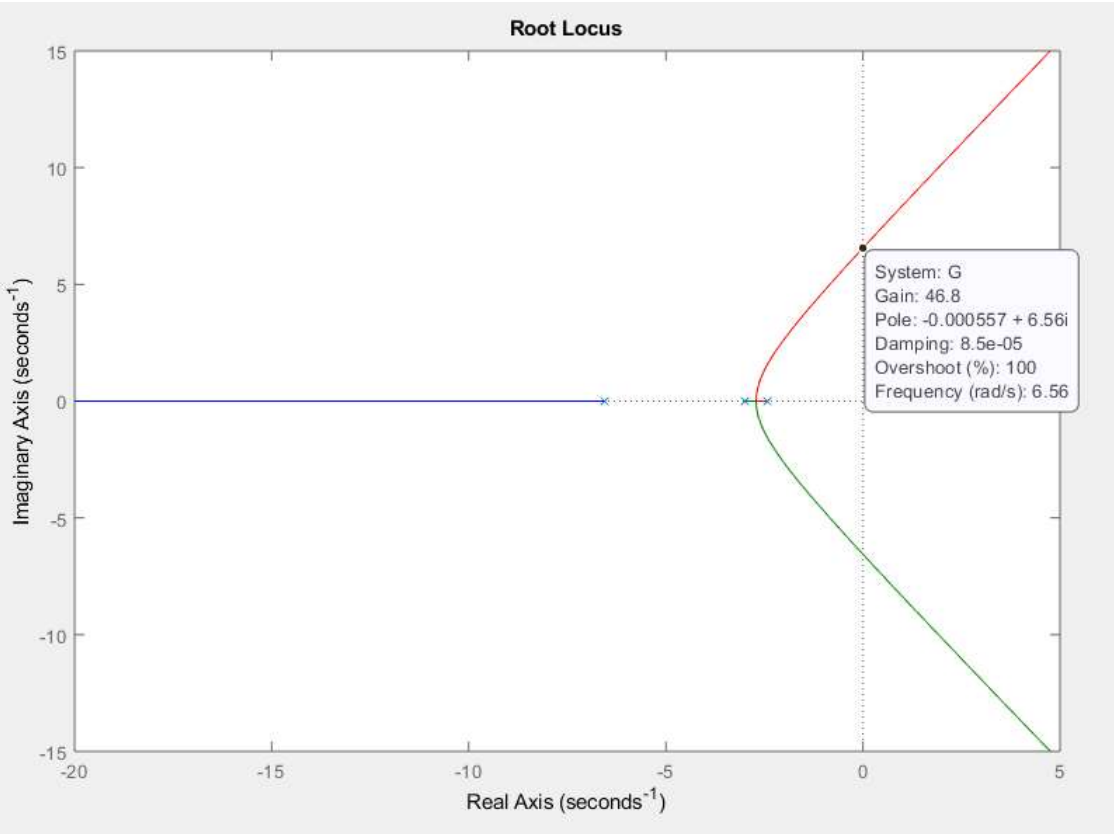
ESERCIZIO 2

```
%% Es 2-a specifiche su errore a regime

syms K
% costante e errore di posizione
kp = K*dcgain(G);
```

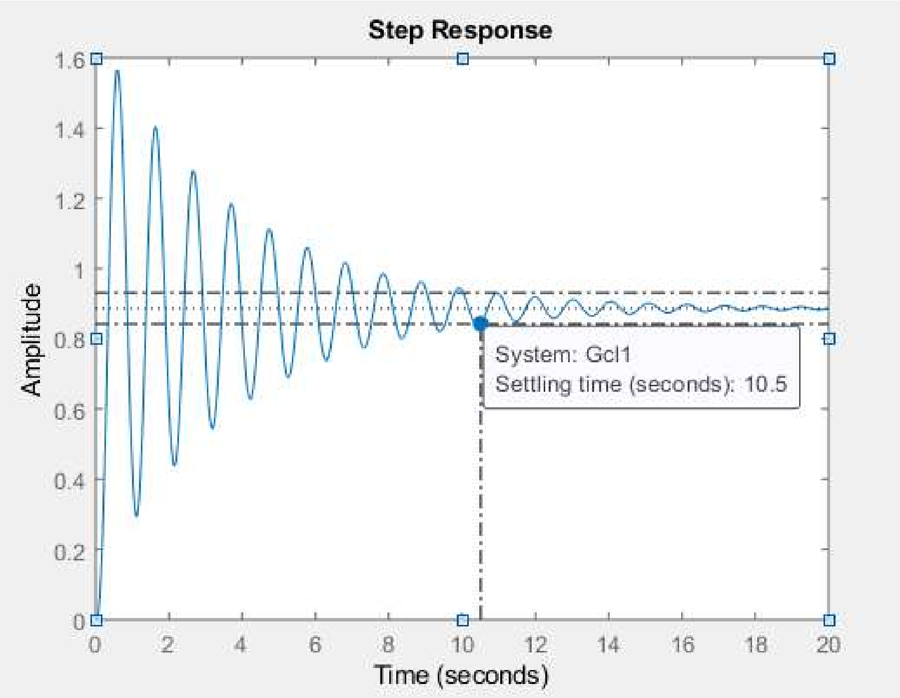
```
ep = 1/(1+kp);
% calcolo di K
K = solve(ep==0.05,K);

K = double(K)

K =

   91.2000

%% Es 2-b Verifica della stabilità ad anello chiuso

Gcl = feedback(K*G,1);
figure,step(Gcl) % sistema instabile
```



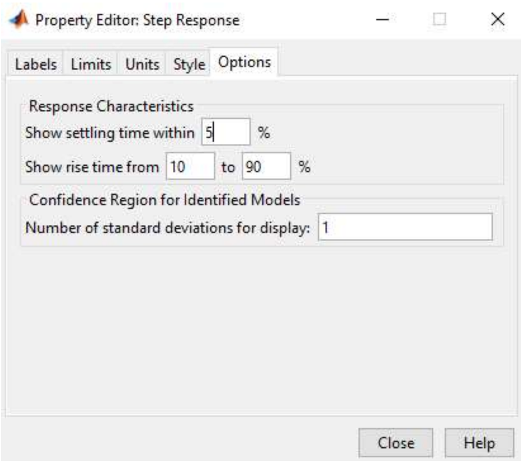

```
%% Es 2-c Calcolo del guadagno critico o limite per la
stabilità ad anello chiuso

% plot del luogo delle radici
figure,rlocus(G)
% valore selezionato dal grafico
Klim = 46.9;
```




```
%% Es 2-d risposta al gradino con guadagno 80% del
% guadagno limite

K1 = 0.8*Klim;

>> K1

K1 =

   37.5200


Gcl1 = feedback(K1*G,1);% FDT anello chiuso
figure,step(Gcl1); % Sistema stabile
```



NOTA BENE: impostare la visualizzazione del tempo di assestamento al 5% tramite il menu ottenuto con mouse right-click sul plot della risposta:



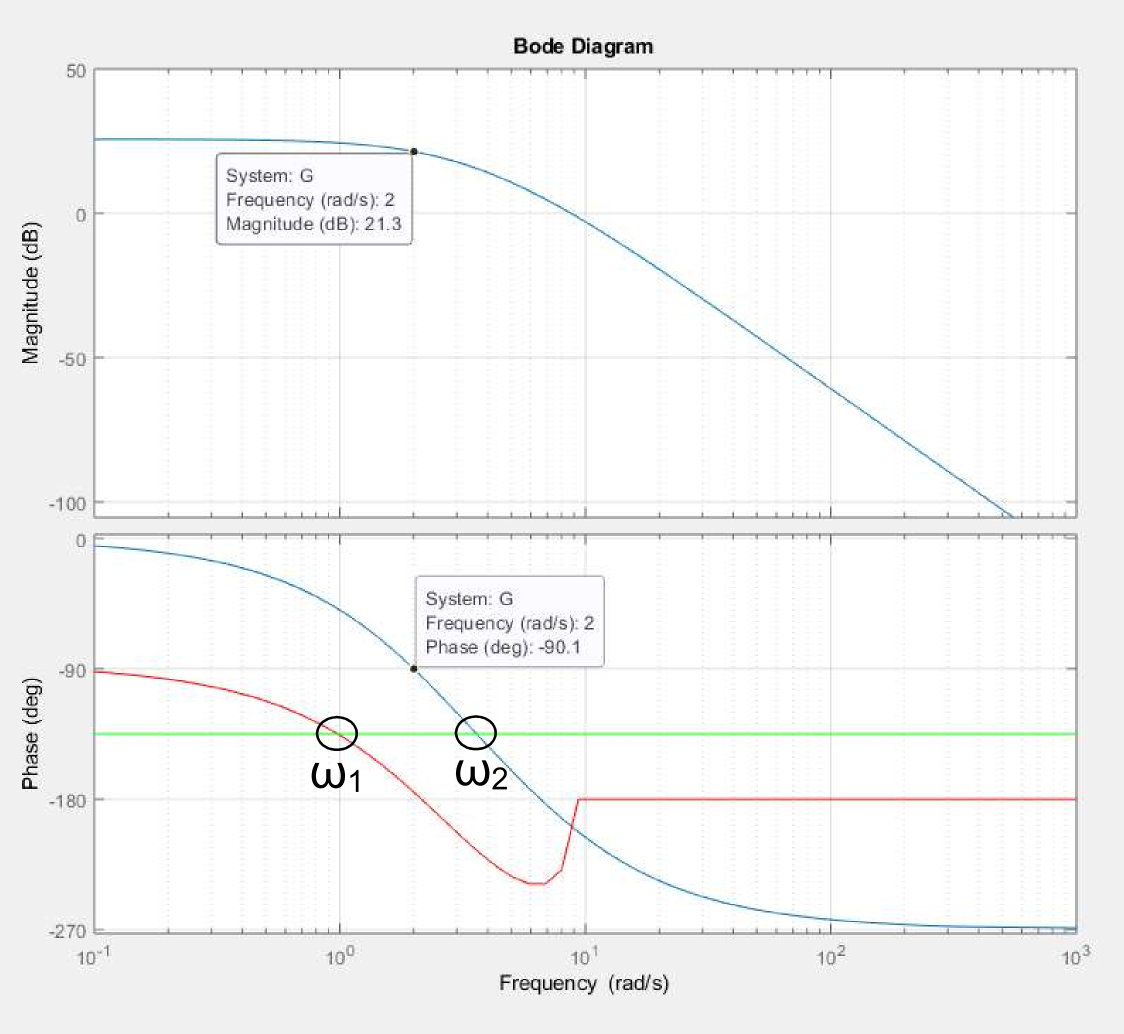
Oppure tramite i comandi:

```
Popt=timeoptions;
Popt.SettleTimeThreshold=0.05;

figure,step(Gcl1,Popt)
```

ESERCIZIO 3

```
%% Es 3-a progetto della rete con formule d'inversione.

G1 = K*G;
Mf = 45;
```

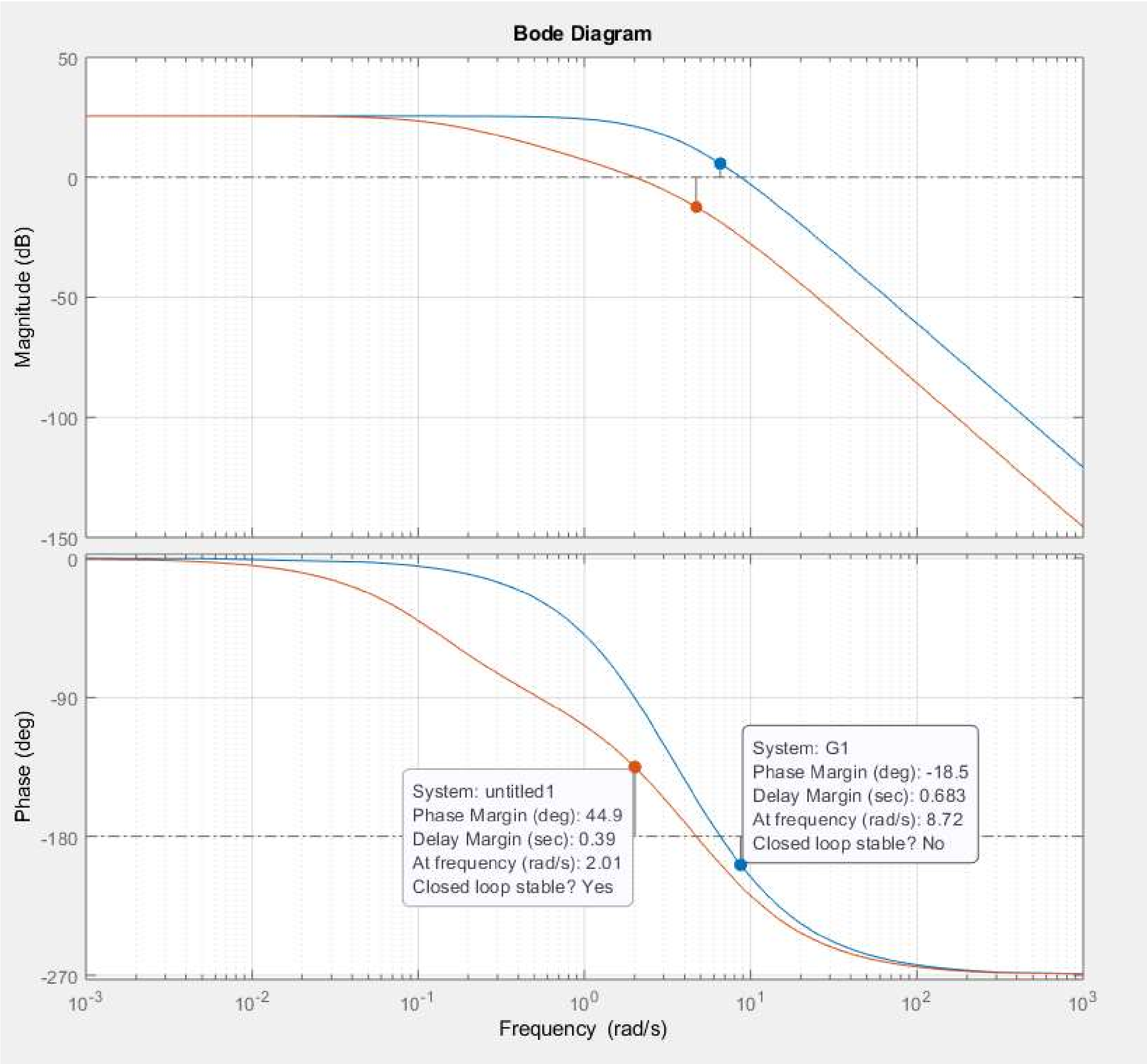
```
lagNetDesignBode(G1,Mf);
% grafici per la verifica della realizzabilità della rete
```



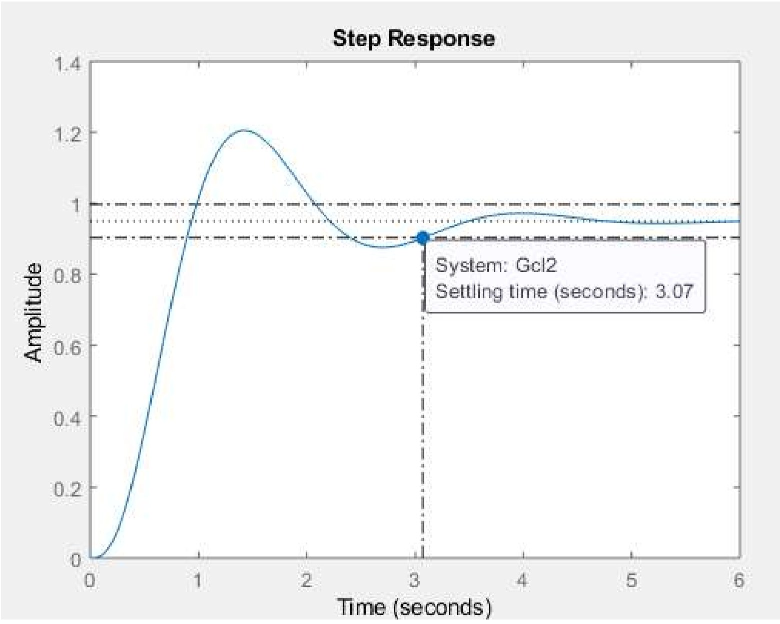
NOTA: condizioni di realizzabilità della rete ritardatrice rispettate tra ω_1 e ω_2, vedere al proposito i suggerimenti mostrati digitando help lagNetDesignBode (funzione Matlab scaricabile dal sito del corso)

```
% valori selezionati dal grafico
omega = 2;
M = db2mag(-21.3); % ritardatrice: attenua
phi = -180+Mf - (-90.1); % ritardatrice: ritarda la fase

tau1 = (M-cosd(phi))/(omega*sind(phi));
tau2 = (cosd(phi)-1/M)/(omega*sind(phi));

s=tf('s');
Gc=(1+tau1*s)/(1+tau2*s);
```

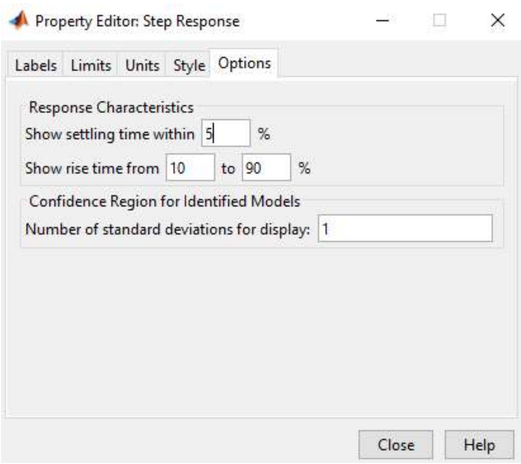
```
Gc =
  0.4408 s + 1
  ------------
  7.725 s + 1

% verifica che sia ritardatrice:
alpha = tau1/tau2 % < 1

alpha =
    0.0571

%% Es 3-b diagrammi di bode e margini di fase
figure,bode(G1)
grid on
hold on
bode(Gc*G1) % verificare i margini
```



```
%% Es 3-c risposta al gradino e tempo di assestamento
Gcl2 = feedback(Gc*G1,1);
figure,step(Gcl2)
```



NOTA BENE: impostare la visualizzazione del tempo di assestamento al 5% tramite il menu ottenuto con mouse right-click sul plot della risposta:



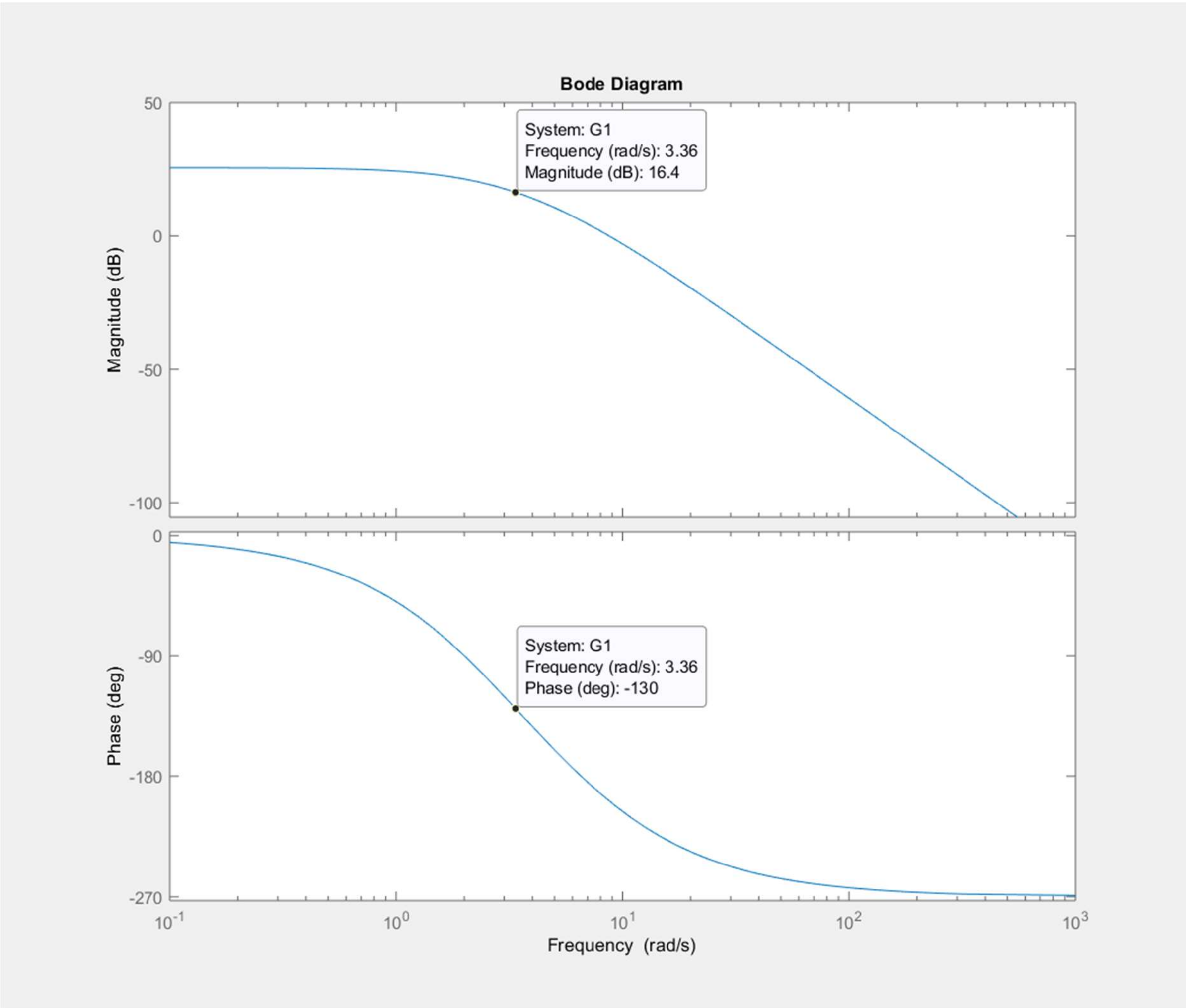
Oppure tramite i comandi:

```
Popt=timeoptions;
Popt.SettleTimeThreshold=0.05;

figure,step(Gcl2,Popt)
```

ESERCIZIO 3 soluzione alternativa

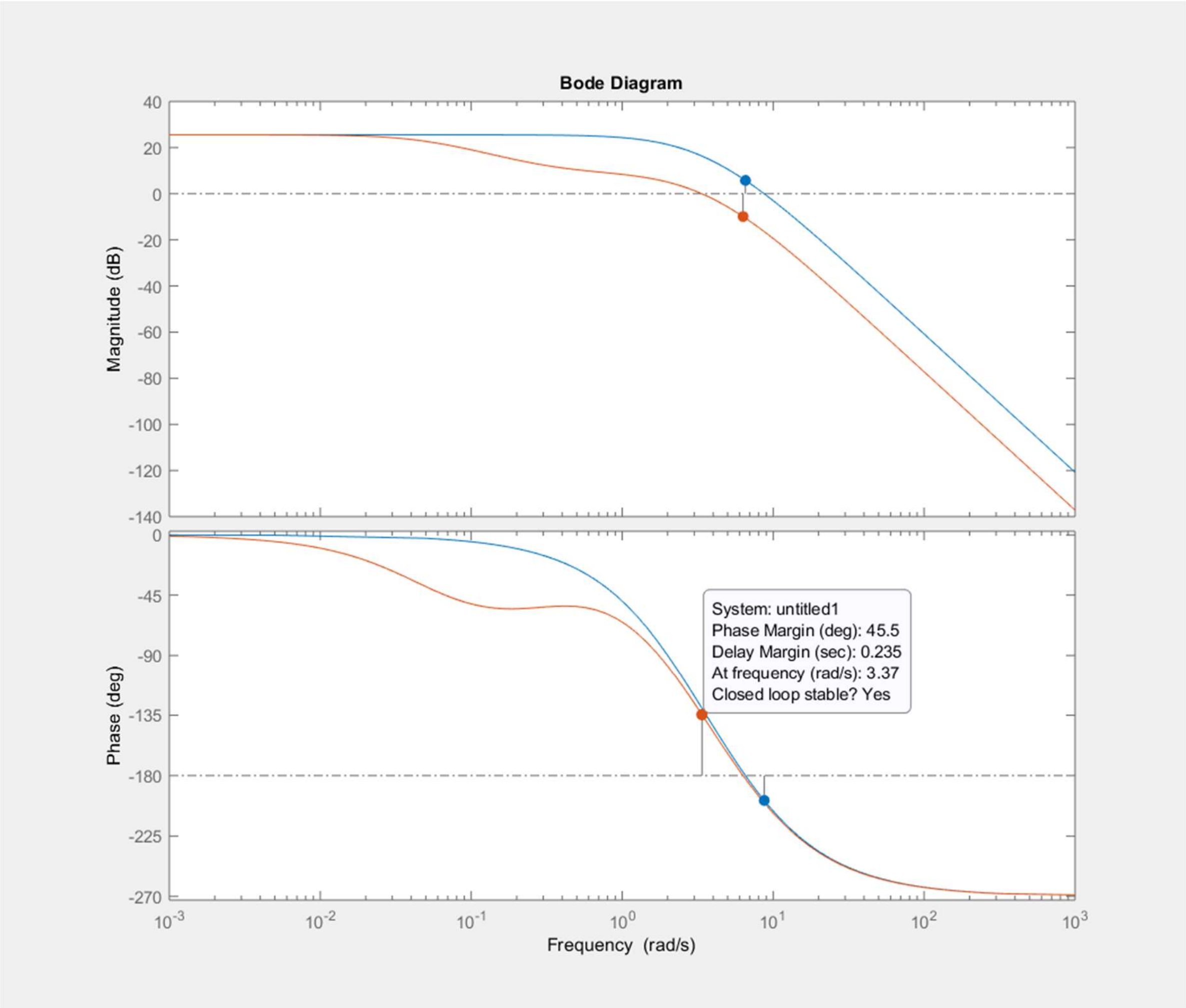
```
%% Es 3-a progetto della rete con procedura empirica
```

```
G1 = K*G;
Mf = 45;

figure, bode(G1)
grid on
hold on

% passi 1-2: scelta sul diagramma della fase di una
% pulsazione omega tale che la fase valga -180+Mf (+5 per
% maggiore sicurezza)

% passo 3: determinazione del modulo di G1 alla
% pulsazione omega e impostazione di alpha pari a 1/|G1|
```

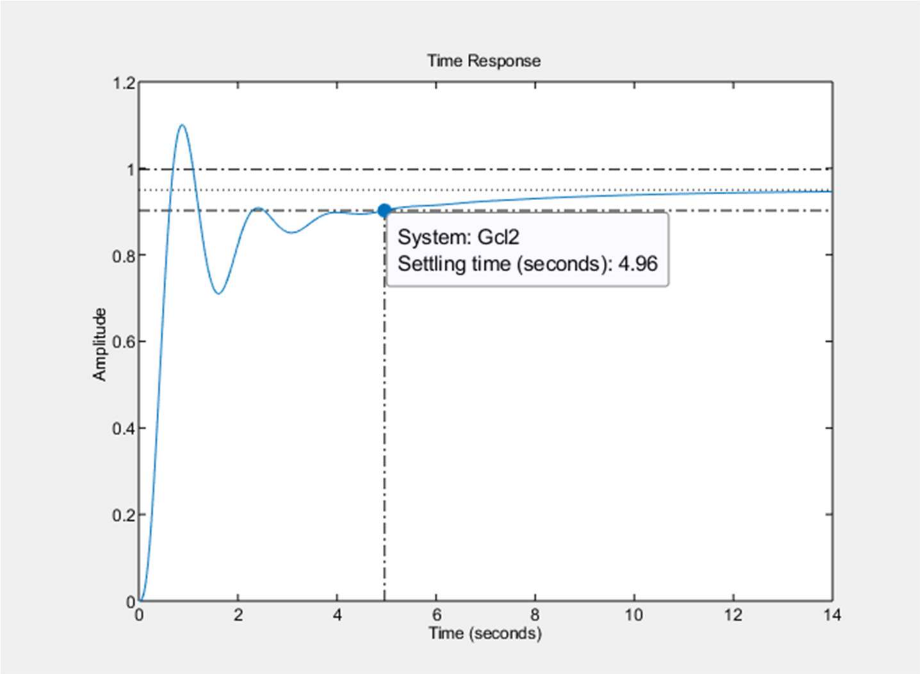



```
omega = 3.36;
alpha = db2mag(-16.4)

alpha =
    0.1514
```

```
% passo 4: impostazione di tau tale che lo zero della
% rete sia una decade prima di omega scelta in precedenza

tau = 10/(alpha*omega)

tau =
   19.6635

s=tf('s');
Gc=(1+alpha*tau*s)/(1+tau*s);

Gc =
  2.976 s + 1
  -----------
  19.66 s + 1

%% Es 3-b diagrammi di bode e margini di fase

bode(Gc*G1) % verificare i margini
```



```
%% Es 3-c risposta al gradino e tempo di assestamento
Gcl2 = feedback(Gc*G1,1);
figure,step(Gcl2)
```



NOTA BENE: impostare la visualizzazione del tempo di assestamento al 5%...