

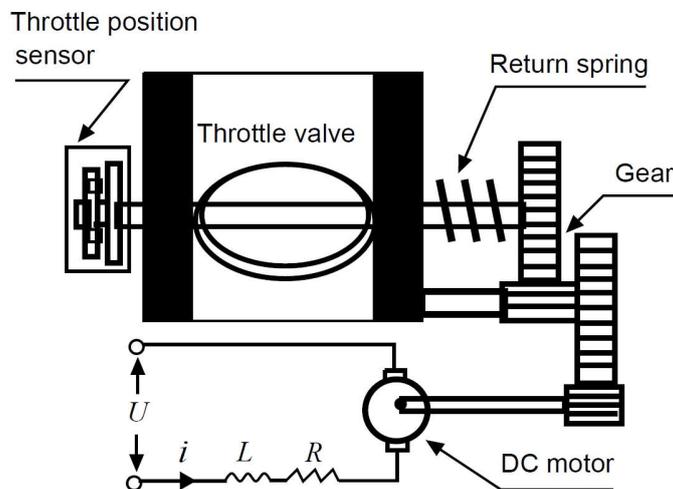
Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

Prova scritta – 18 luglio 2022

SOLUZIONE (Traccia)

ESERCIZIO 1.

Con le moderne tecnologie automobilistiche per il *ride-by-wire*, il comando a pedale dell'acceleratore non agisce meccanicamente sulla valvola di aspirazione del motore (i.e. valvola a farfalla o *throttle valve*), ma viene intercettato da un sistema di controllo elettronico che si occupa poi di azionare tale valvola tramite un motore elettrico, un riduttore meccanico e un sensore di posizione di angolo della valvola, come schematizzato dalla seguente figura:



Applicando i principi della meccanica di Newton, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$J\ddot{\varphi} = K_t N I - K_s \varphi - K_v \dot{\varphi}$$

$$u = R I + L \dot{I} + K_t N \dot{\varphi}$$

nelle quali J è l'inerzia complessiva di motore, riduttore e valvola, K_t è la costante di coppia del motore, K_s è la costante elastica della molla di ritorno, K_v è il coefficiente di attrito, N è il rapporto di riduzione, R e L sono rispettivamente resistenza e induttanza del motore, φ è l'angolo della valvola e I la corrente elettrica.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = \varphi; x_2 = \dot{\varphi}; x_3 = I; y = \varphi = x_1;$$

RISPOSTA:

$$A = \begin{bmatrix} 0, & 1, & 0 \\ -K_s/J, & -K_v/J, & (K_t \cdot N)/J \\ 0, & -(K_t \cdot N)/L, & -R/L \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = 0$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J = 0,01; \quad K_t = 0,1; \quad K_s = 10; \quad K_v = 0,8; \\ N = 40; \quad R = 2; \quad L = 0,1;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$A = \begin{bmatrix} 0, & 1, & 0 \\ -1000, & -80, & 400 \\ 0, & -40, & -20 \end{bmatrix}$$

$$Q^T = \begin{bmatrix} 1, & 0, & -1000 \\ 0, & 1, & -80 \\ 0, & 0, & 400 \end{bmatrix}$$

Il rango di Q^T è 3, perciò il sistema E' completamente osservabile.

ESERCIZIO 3.

Si calcoli la risposta impulsiva del sistema:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) \quad \text{con}$$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1]$$

RISPOSTA:

La risposta impulsiva del sistema è:

$$W(t) = Ce^{At}B$$

Notando che gli autovalori della matrice A sono -3 e 2 ad applicando il metodo del polinomio interpolante per il calcolo dell'esponenziale della matrice A, si ottiene:

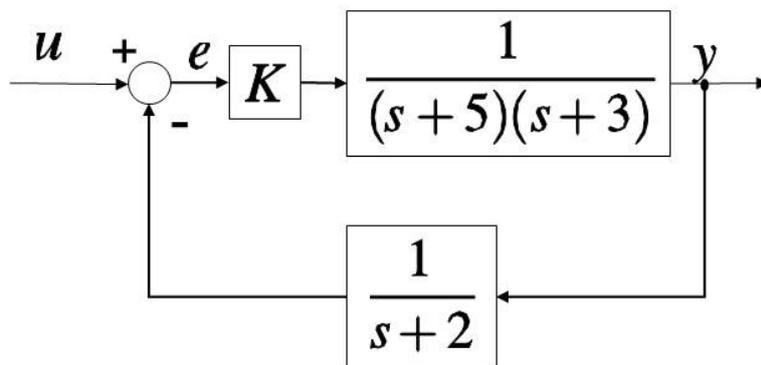
$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 \\ \frac{1}{5}(e^{2t} - e^{-3t}) & e^{2t} \end{bmatrix}$$

e quindi:

$$W(t) = \frac{6}{5}e^{2t} - \frac{1}{5}e^{-3t}$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito, si determini l'intervallo di valori di K tali per cui il sistema in retroazione risulta asintoticamente stabile.

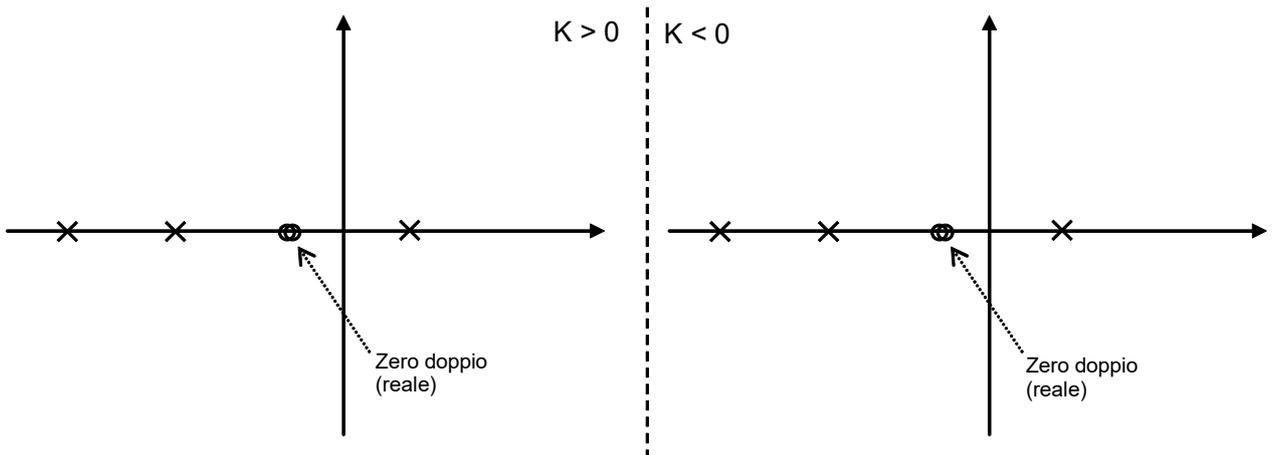


RISPOSTA: Applicando il criterio di Routh al denominatore del sistema ad anello chiuso, si ottiene:

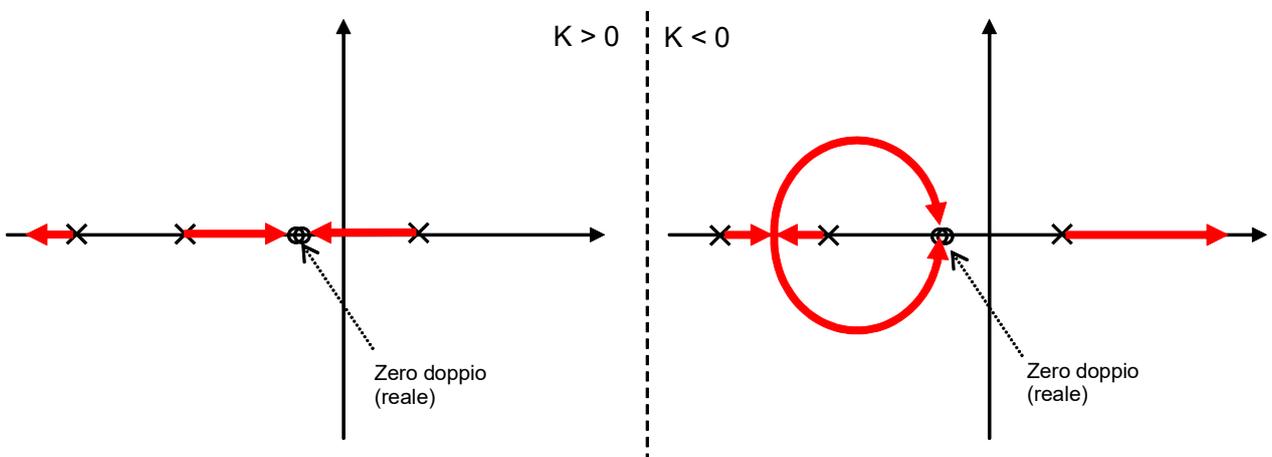
$$-30 < K < 280$$

ESERCIZIO 5.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:

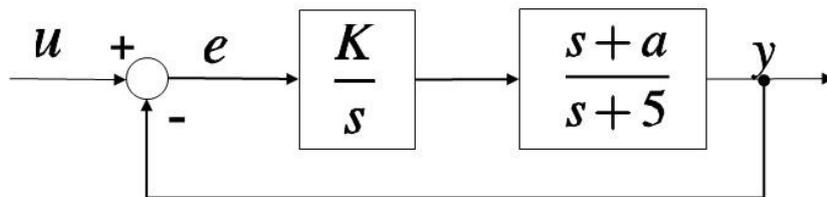


RISPOSTA:



ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di K e a tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere un coefficiente di smorzamento $\delta = 0,8$ e un tempo di assestamento $T_a = 0,2$.

RISPOSTA:

Il denominatore del sistema ad anello chiuso risulta $= s^2 + (K + 5) s + K a$.
 Ricordando che se $\delta = 0,8$ allora $T_a = 4,5 * \delta / \omega_n$

→ $K = 23,8$

$a = 324 / K = 13,6134$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Un sistema singolo ingresso / singola uscita, descritto dal modello matematico

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad y(t) = x(t)$$

- è asintoticamente stabile.
- ha una funzione di trasferimento con un polo nullo
- ha una funzione di trasferimento con un polo a modulo unitario
- è puramente dinamico

DOMANDA 2.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, presenta uscita sinusoidale in assenza di ingresso. Tale sistema può essere di ordine (numero di componenti del vettore di stato):

- 1
- 2
- 3
- 4

DOMANDA 3.

Gli elementi dell'esponenziale e^{At} di una matrice A (ad elementi reali) NON tendono tutti a zero quanto t tende all'infinito. Ne consegue che la matrice A :

- è singolare
- ha tutti gli autovalori a parte reale positiva
- ha tutti gli autovalori a parte reale negativa
- ha almeno un autovalore con parte reale nulla o positiva

DOMANDA 4.

Nel diagramma di Bode approssimato di una rete anticipatrice, all'aumentare di ω da zero all'infinito:

- si riscontra prima il punto di rottura del polo e poi quello dello zero
- si riscontra prima il punto di rottura dello zero e poi quello del polo
- la fase (argomento della risposta armonica) è sempre positiva
- la fase (argomento della risposta armonica) è sempre negativa