

**Esame di “CONTROLLI AUTOMATICI” /  
“FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU)**

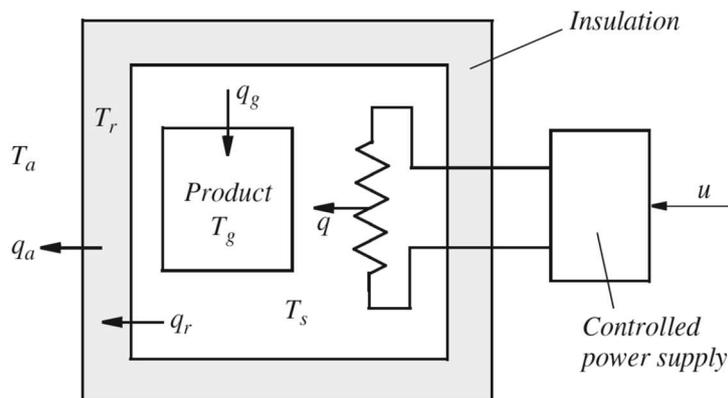
**Prova scritta – 18 luglio 2022**

**COGNOME e NOME:** \_\_\_\_\_

**MATRICOLA:** \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO 1.**

Si consideri un sistema costituito da un forno industriale riscaldato tramite una resistenza elettrica, il cui obiettivo è portare un prodotto inserito nel forno ad una determinata temperatura, come schematizzato dalla seguente figura:



Applicando i principi della termodinamica, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni algebriche:

$$\begin{aligned}q &= K_c u \\q_g &= K_g (T_s - T_g) \\q_r &= K_r (T_s - T_r) \\q_a &= K_a (T_r - T_a)\end{aligned}$$

nelle quali  $K_g$ ,  $K_r$  e  $K_a$  sono i coefficienti di convezione del calore delle superfici rispettivamente del prodotto, della parete interna del forno e della relativa parete esterna,  $T_s$ ,  $T_g$  e  $T_a$  sono le temperature rispettivamente della camera del forno, del prodotto e dell'ambiente esterno, mentre  $K_c$  è il coefficiente di trasformazione della tensione elettrica in calore. **NOTA BENE:** si consideri per semplicità  $T_a = 0$  (°C).

Il modello è poi completato dalle seguenti equazioni differenziali relative alle temperature descritte in relazione alle capacità termiche dei tre elementi del sistema e ai relativi scambi di calore:

$$C_s \dot{T}_s = q - q_g - q_r$$

$$C_g \dot{T}_g = q_g$$

$$C_r \dot{T}_r = q_r - q_a$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato e uscita (la variabile di ingresso ha già la notazione convenzionale  $u$ ):

$$x_1 = T_s; x_2 = T_g; x_3 = T_r; y = T_s = x_1;$$

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$K_c = 240; \quad K_a = 200; \quad K_g = K_r = 160;$$
$$C_g = 20; \quad C_r = 40; \quad C_s = 80;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$Q^T =$$

$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

### ESERCIZIO 3.

Per il sistema:  $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t)$   
con

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1]$$

si determini la funzione di risposta impulsiva.

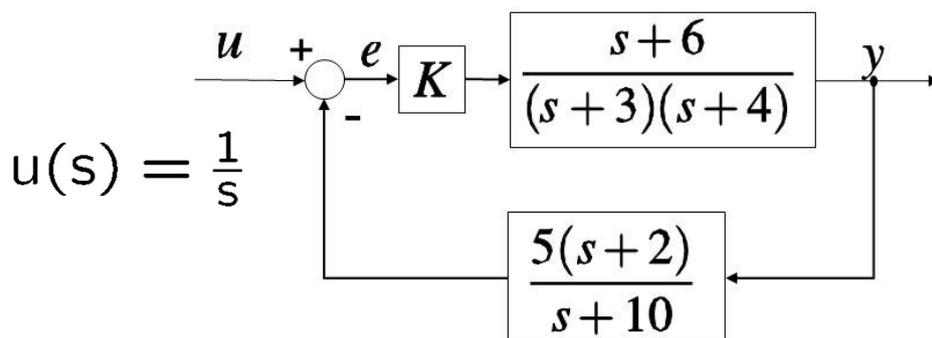
**RISPOSTA:**

$$W(t) =$$

---

### ESERCIZIO 4.

Dato lo schema a blocchi della seguente figura:



si calcoli il valore del guadagno  $K$  per il quale risulta  $e(\infty) = 0, 1$

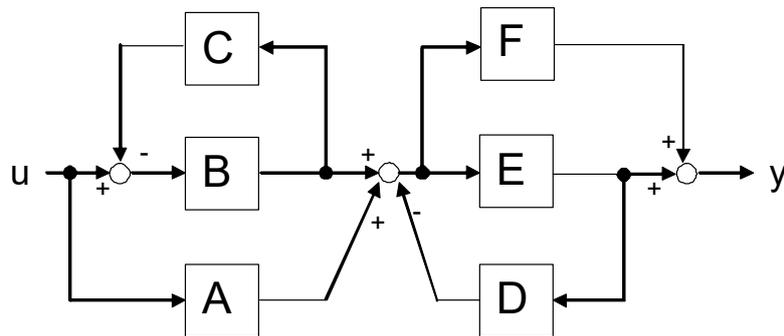
**RISPOSTA:**

$$K =$$

---

### ESERCIZIO 5.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente schema a blocchi:



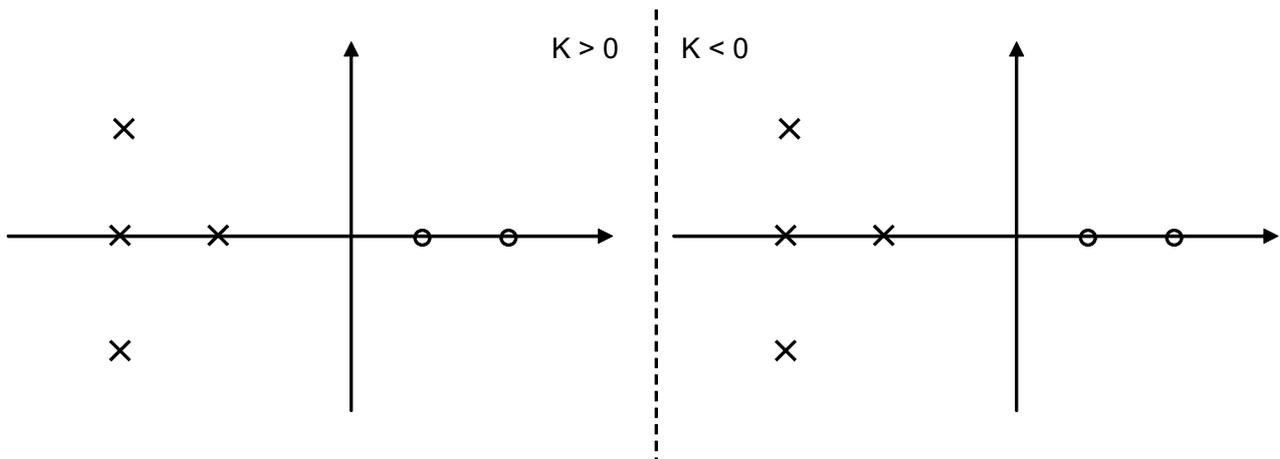
RISPOSTA:

$$G = Y/U =$$


---

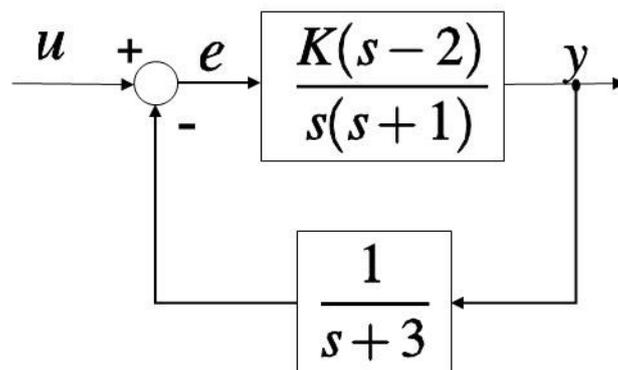
### ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



### ESERCIZIO 7.

Dato il seguente sistema in retroazione:



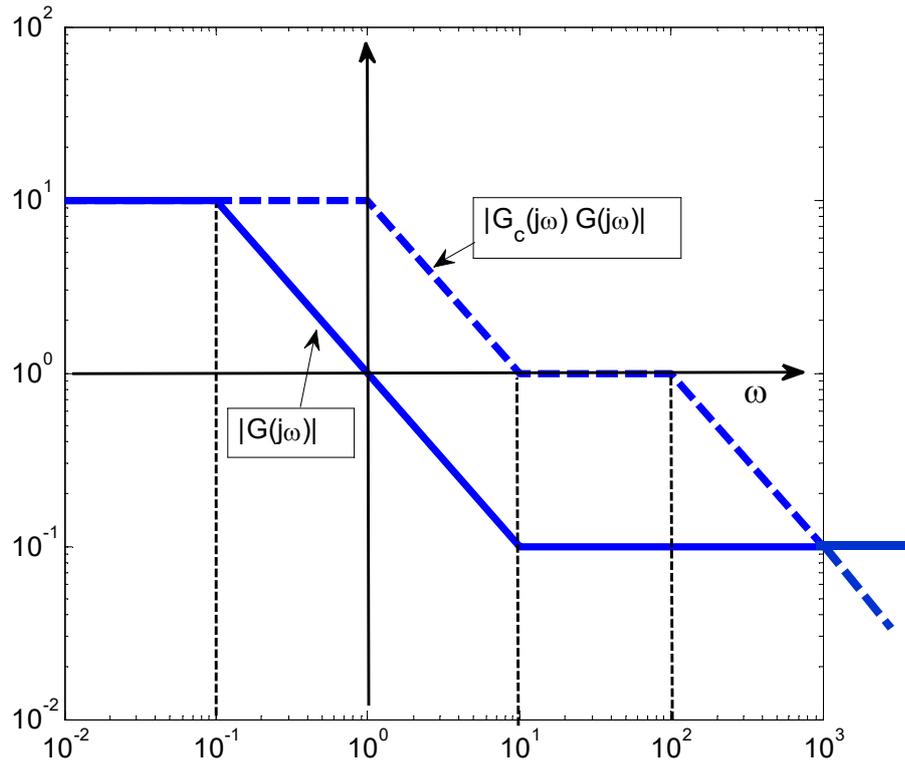
si determinino i valori di  $K$  tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti essere ASINTOTICAMENTE STABILE.

**RISPOSTA:**

$K$

**ESERCIZIO 8.**

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento  $G(s)$  e  $G_c(s)$ , supposte entrambe a fase minima.

**NOTA:** si osservi che il grafico NON riporta direttamente il diagramma di Bode di  $G_c(s)$ , ma quello di  $G_c(s) \cdot G(s)$ , come riportato nelle etichette di testo.

**RISPOSTA:**

$G(s) =$

$G_c(s) =$

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

Due sistemi dinamici, lineari e stazionari, asintoticamente stabili, collegati in cascata danno luogo ad un sistema:

- asintoticamente stabile
- semplicemente stabile
- instabile
- completamente controllabile e completamente osservabile

### DOMANDA 2.

Il polinomio caratteristico di un sistema dinamico lineare, stazionario e tempo continuo, è:

$$\lambda^3(\lambda + 2)$$

Il sistema:

- presenta modi semplicemente stabili
- presenta modi asintoticamente stabili
- presenta modi instabili
- può presentare modi instabili

### DOMANDA 3.

L'ingresso  $u(t)$  e l'uscita  $y(t)$  di un sistema sono legati dalla relazione  $\dot{y}(t) = u(t)$

Tale sistema è:

- puramente algebrico
- puramente dinamico
- dinamico, non puramente
- non fisicamente realizzabile

### DOMANDA 4.

Il sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli posizionati sull'asse immaginario e con molteplicità singola:

- è a fase minima
- è instabile
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile

### DOMANDA 5.

La funzione di trasferimento di un sistema dinamico a tempo continuo è:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+1)}{s(s+3)}$$

Tale sistema:

- è puramente dinamico
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile
- è instabile