

**Esame di “CONTROLLI AUTOMATICI” /  
“FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU)**

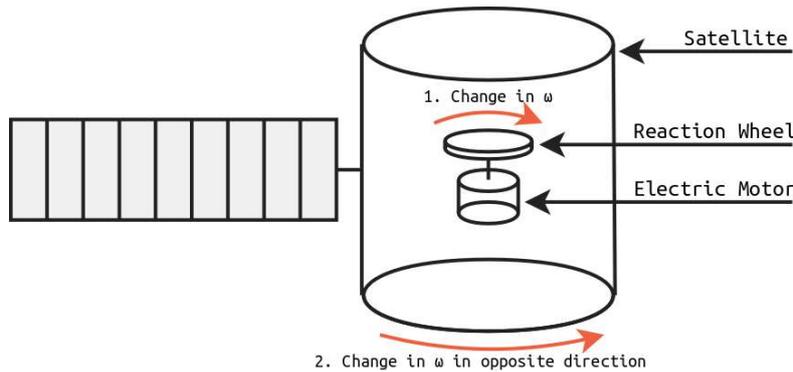
**Prova scritta – 23 giugno 2022**

**COGNOME e NOME:** \_\_\_\_\_

**MATRICOLA:** \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO 1.**

Nei satelliti artificiali, l'orientamento nello spazio può essere regolato tramite un dispositivo detto ruota di reazione, che è costituito da un volano accoppiato ad un motore elettrico e la cui rotazione determina una rotazione del satellite attorno allo stesso asse del volano, ma in direzione opposta, come schematizzato dalla seguente figura:



Applicando i principi della meccanica di Newton, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$J_1 \ddot{\theta} = b\Omega - \tau_m$$

$$J_2 \dot{\Omega} = -b\Omega + \tau_m$$

nelle quali  $J_1$  è l'inerzia del satellite, esclusa la ruota di reazione,  $J_2$  è l'inerzia equivalente dell'assieme di satellite e ruota di reazione,  $b$  è il coefficiente di attrito tra il satellite e la ruota di reazione,  $\theta$  è l'angolo di orientamento nello spazio del satellite,  $\Omega$  la velocità angolare relativa della ruota di reazione rispetto al satellite e  $\tau_m$  la coppia erogata dal motore elettrico.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = \theta; \quad x_2 = \dot{\theta} \quad x_3 = \Omega; \quad u = \tau_m; \quad y = \dot{\theta} = x_2;$$

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

---

### **ESERCIZIO 2.**

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J_1 = 12; \quad J_2 = 8; \quad b = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$Q^T =$$

$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

### **ESERCIZIO 3.**

Per il sistema:  $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t)$

con

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

si determini la funzione di risposta impulsiva.

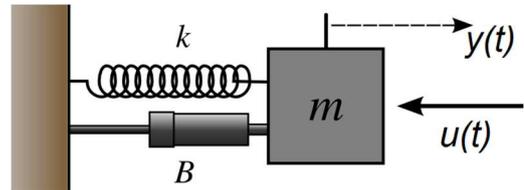
**RISPOSTA:**

$$W(t) =$$

---

#### ESERCIZIO 4.

Si consideri il sistema massa-molla-smorzatore rappresentato qui a fianco (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$\ddot{y}(t) + m_1 \dot{y}(t) + 42y(t) = u(t)$$

**NOTA:**  $m_1$  è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 6.

Si determinino la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  con la trasformata di Laplace ed il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino per tale funzione di trasferimento.

**RISPOSTA:**

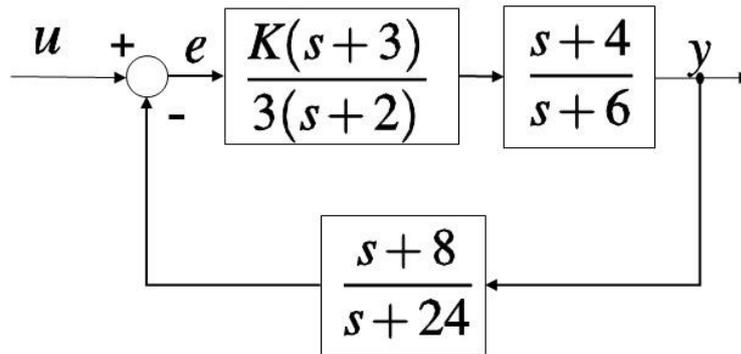
$$G(s) =$$

$$T_a =$$

---

#### ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente schema a blocchi:



e considerando un ingresso a gradino unitario ( $U(s) = 1/s$ ) si determini il valore di  $K$  tale che l'errore a regime risulti pari a  $e(\infty) = 0,0m_0$  (o equivalentemente  $= m_0/100$ ).

**NOTA:**  $m_0$  è l'ultima cifra più a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 8.

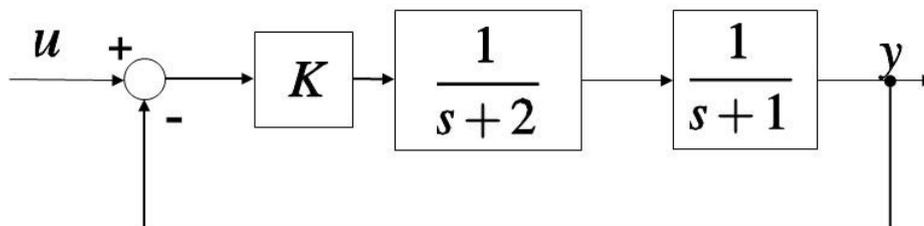
**RISPOSTA:**

$K =$

---

### ESERCIZIO 6.

Dato il sistema costituito dal diagramma a blocchi della seguente figura:



si progetti il valore di  $K$  in modo che il sistema in retroazione abbia un coefficiente di smorzamento  $\delta = 0,m_1$  (o equivalentemente  $m_1/10$ )

**NOTA:**  $m_1$  è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 3.

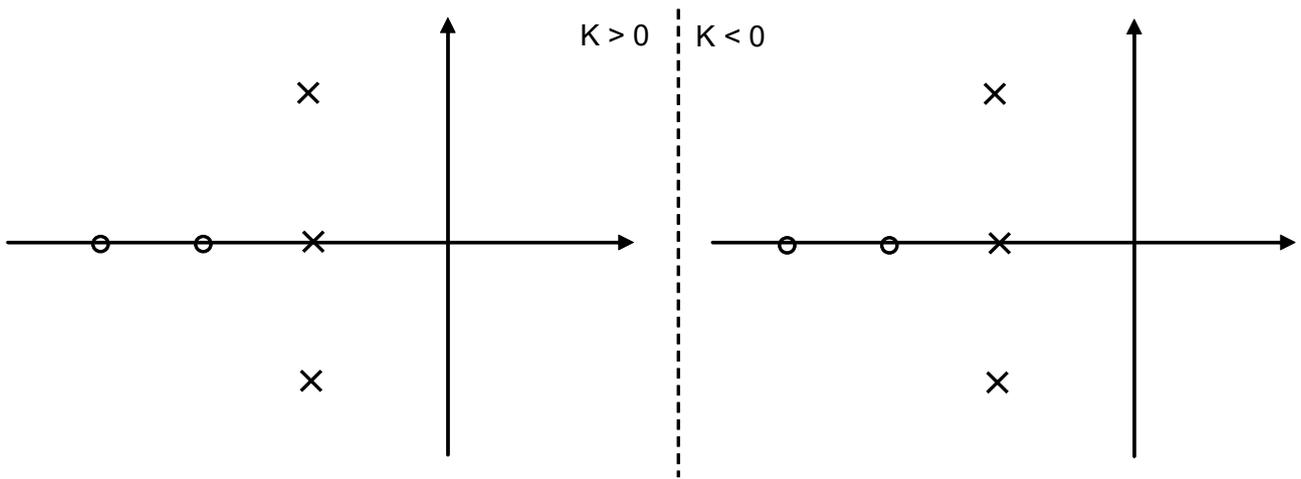
**RISPOSTA:**

$K =$

---

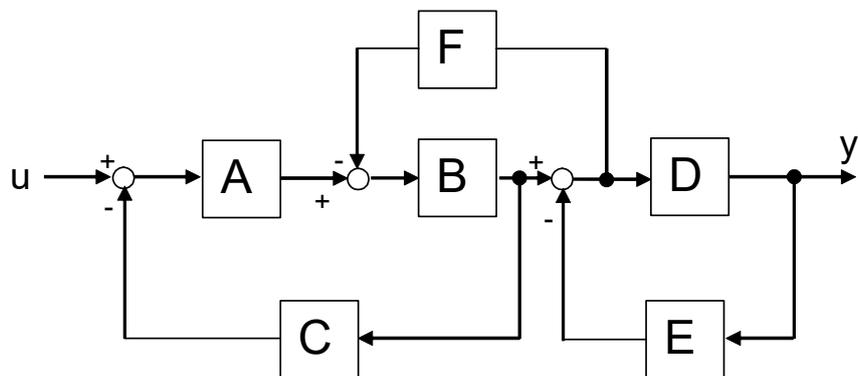
### ESERCIZIO 7.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



**ESERCIZIO 8.**

Dato il sistema costituito dal seguente diagramma a blocchi:



Si determini la funzione di trasferimento tra  $Y$  e  $U$ :

**RISPOSTA:**

$$G = Y/U =$$

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

Il moto libero di un sistema dinamico, lineare, stazionario, continuo e di ordine due, è del tipo:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= e^t x_1(0) \\x_2(t) &= e^{-2t} x_2(0)\end{aligned}$$

Il sistema considerato:

- è completamente controllabile
- può essere completamente controllabile
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile.

### DOMANDA 2.

Il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t) \\y(t) &= 2x(t)\end{aligned}$$

ha funzione di risposta impulsiva pari a:

- $W(t) = e^{-2t}$
- $W(t) = 2e^{-2t}$
- $W(t) = e^{2t}$
- $W(t) = 2e^{2t}$

### DOMANDA 3.

La funzione di trasferimento di un sistema, con un solo ingresso e una sola uscita, è il rapporto di due polinomi dello stesso ordine. Il sistema:

- è puramente dinamico
- è dinamico, non puramente
- non è fisicamente realizzabile
- è fisicamente realizzabile

### DOMANDA 4.

L'errore a regime del sistema:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

chiuso in retroazione unitaria negativa, quando in ingresso è presente un gradino unitario:

$$u(s) = \frac{1}{s}$$

è pari a:

- $e(\infty) = 0$
- $e(\infty) = 0,1$
- $e(\infty) = 1$
- $e(\infty) = 10$

**DOMANDA 5.**

Due sistemi di tipo 0, entrambi asintoticamente stabili, aventi la stessa costante di posizione  $K_p$ , se vengono posti in retroazione negativa unitaria:

- Generano sistemi stabili ad anello chiuso
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a gradino
- Presentano lo stesso errore a regime per lo stesso ingresso a gradino
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a rampa