

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

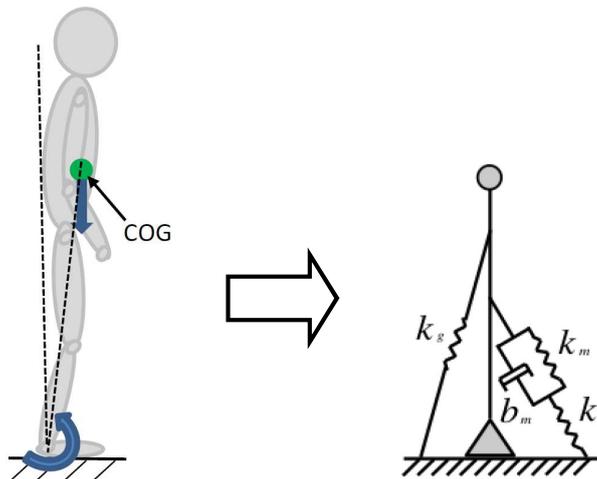
Prova scritta – 23 giugno 2022 – Testo B

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Il mantenimento dell'equilibrio nella postura eretta negli umani, in condizioni statiche, può essere descritto come una struttura meccanica simile ad un pendolo con il baricentro (*Center Of Gravity, COG*) al di sopra del punto di ancoraggio, sul quale agiscono le forze esercitate dalla gravità e dalla struttura muscolo-tendinea come schematizzato nelle seguenti figure:



Applicando considerazioni sulle proprietà viscoelastiche di muscoli e tendini definite dal cosiddetto modello di Poynting-Thomson e ipotizzando che le variazioni di angolo rispetto alla verticale siano di piccola entità, si possono ottenere le seguenti equazioni differenziali:

$$J\ddot{\theta} + k_t\varphi = mgl\theta$$

$$k_m(\theta - \varphi) + b_m(\dot{\theta} - \dot{\varphi}) = F_m$$

nelle quali J è l'inerzia del corpo umano, m la relativa massa, g l'accelerazione di gravità, l la distanza tra il baricentro e il piano orizzontale, k_t è la rigidità del tendine nella caviglia, k_m e b_m sono rispettivamente la rigidità e il coefficiente di smorzamento del muscolo, F_m è una ipotetica forza di attuazione muscolare, θ è l'angolo del pendolo equivalente rispetto alla verticale e φ è l'angolo tra la struttura muscolo-tendinea e l'asta del pendolo equivalente.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = \theta; x_2 = \dot{\theta} \quad x_3 = \varphi; u = F_m; y = \theta = x_1;$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J = 20; \quad k_t = 800; \quad k_m = 400; \quad b_m = 100; \quad mgl = 500;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile

ESERCIZIO 3.

Si calcoli la risposta impulsiva del sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

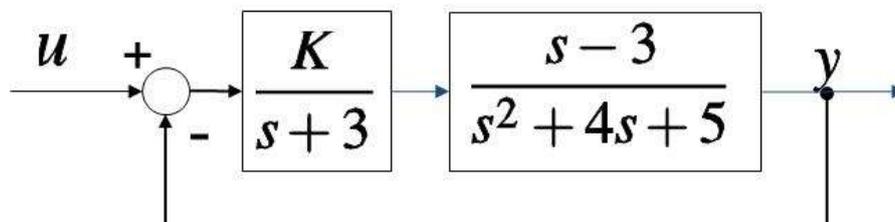
$$G(s) = \frac{7s+12}{s^2+11s+28}$$

RISPOSTA:

$$W(t) =$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determini il valore di $K > 0$ per cui il sistema risulti semplicemente stabile. Si specifichi inoltre se per tale valore di K il sistema risulti avere un polo nullo oppure una coppia di poli puramente immaginari (senza necessariamente calcolarli).

RISPOSTA:

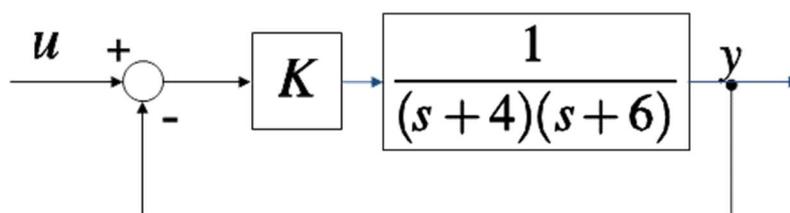
$$K =$$

POLO NULLO

POLI PURAMENTE IMMAGINARI

ESERCIZIO 5.

Dato lo schema a blocchi della seguente figura



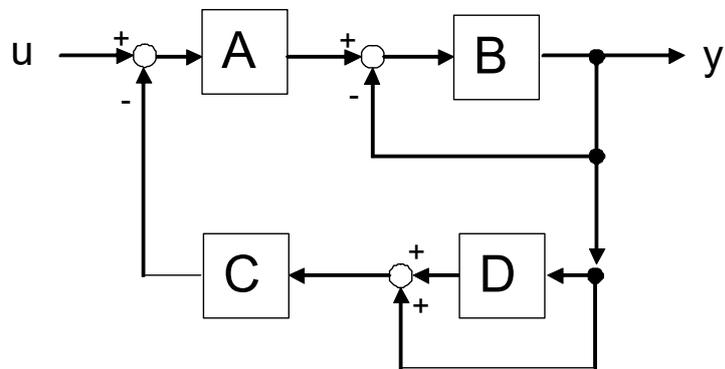
si progetti il valore di $K (>0)$ in modo che il sistema ad anello chiuso abbia due poli entrambi pari a $-p$, calcolando anche il valore di $p (>0)$.

RISPOSTA:

$$K = \qquad p =$$

ESERCIZIO 6.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente diagramma a blocchi:



RISPOSTA:

$$G = Y/U =$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

La matrice di transizione del sistema dinamico: $\dot{x}(t) = ax(t)$ ($x(t) \in \mathbb{R}$) risulta essere:

- e^{0t}
- e^{-at}
- e^{at}
- 0

DOMANDA 2.

Il polinomio minimo di un sistema dinamico lineare, stazionario e tempo continuo, è:

$$\lambda(\lambda + 3)^2$$

Il sistema:

- presenta modi instabili
- può presentare modi instabili
- presenta modi semplicemente stabili
- presenta modi asintoticamente stabili

DOMANDA 3.

Il valore a regime $y(\infty)$ della risposta al gradino unitario ($U(s) = 1/s$) della seguente f.d.t:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+2}{s+3}$$

- è infinito
- è finito e vale 2
- è finito e vale 2/3
- è nullo

DOMANDA 4.

Nel diagramma di Bode di una rete anticipatrice, all'aumentare di ω da zero all'infinito:

- si riscontra prima l'effetto del polo e poi quello dello zero
- si riscontra prima l'effetto dello zero e poi quello del polo
- la fase è sempre positiva
- la fase è sempre negativa