

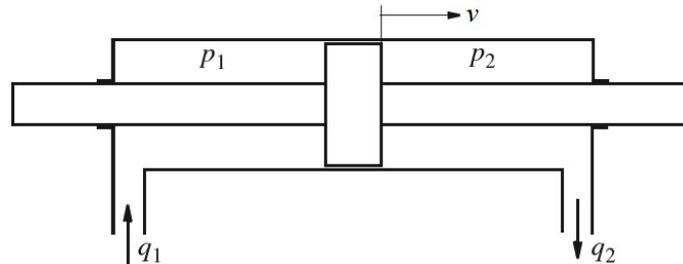
# Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

Prova scritta – 7 giugno 2022 – Testo B

SOLUZIONE (traccia)

## ESERCIZIO 1.

Si consideri il cilindro oleodinamico mostrato nella seguente figura:



nel quale  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q_1$  e  $q_2$  sono le pressioni e le portate dell'olio nelle due parti del cilindro, mentre  $v$  è la velocità di moto del pistone. Considerando  $q_1=q_2=u$  (variabile manipolabile), il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$A_c v + \frac{V}{\beta} \dot{p}_1 + C_l (p_1 - p_2) = u$$

$$A_c v - \frac{V}{\beta} \dot{p}_2 + C_l (p_1 - p_2) = u$$

$$M \dot{v} = A_c (p_1 - p_2) - C_f v$$

nelle quali  $A_c$  è l'area del cilindro,  $V$  il volume,  $\beta$  il modulo di comprimibilità dell'olio,  $C_l$  il coefficiente di perdita,  $M$  la massa del pistone e  $C_f$  il suo coefficiente di attrito.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = p_1; x_2 = p_2; x_3 = v; u = u; y = v;$$

**RISPOSTA:**

$$A = \begin{bmatrix} -(C_l \beta) / V, & (C_l \beta) / V, & -(A_c \beta) / V \\ (C_l \beta) / V, & -(C_l \beta) / V, & (A_c \beta) / V \\ 0, & 0, & -C_f / M \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta/V \\ -\beta/V \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

$$D = 0$$


---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$M = 3; \quad V = 2; \quad A_C = 0,6; \quad C_l = 0,5; \quad C_f = 1; \quad \beta = 20;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

### RISPOSTA:

$$A = \begin{bmatrix} -5, & 5, & -6 \\ 5, & -5, & 6 \\ 1/5, & -1/5, & -1/3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

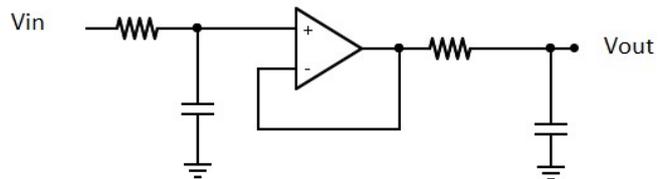
$$P = \begin{bmatrix} 10, & -100, & 976 \\ -10, & 100, & -976 \\ 0, & 4, & -124/3 \end{bmatrix}$$

rango(P) = 2, Perciò il sistema NON E' completamente controllabile.

---

## ESERCIZIO 3.

Un sistema costituito dal circuito elettronico del tipo mostrato a fianco risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:



$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

si calcoli il valore dell'uscita  $y(t)$  all'istante  $t = 2$ , a partire dallo stato iniziale:

$$x(0) = \begin{bmatrix} e^4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

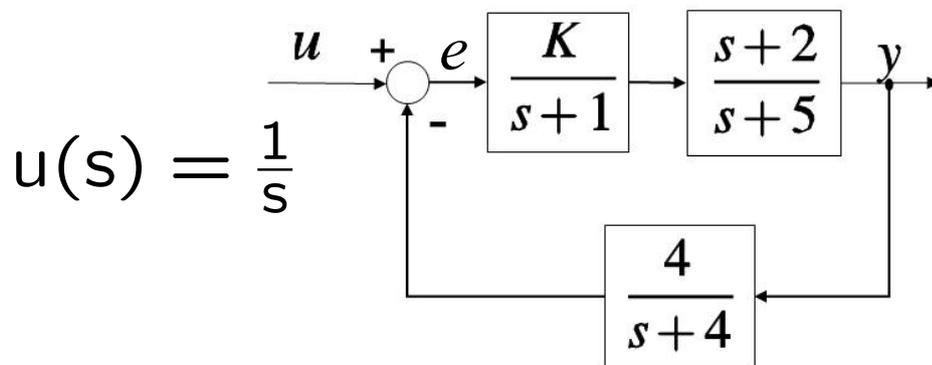
**RISPOSTA:**

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-2t} & (e^t - e^{-2t})/3 \\ 0 & e^t \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y(2) = 1$$

#### ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi della seguente figura



si determini il valore di  $K$  tale per cui l'errore a regime risulti  $e(\infty) = 0,0m_1$ .

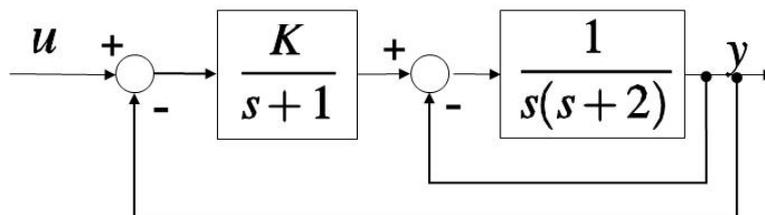
**NOTA:**  $m_1$  è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola. Se  $m_1=0$ , la si sostituisca con 5.

**RISPOSTA: CON  $m_1 = 5$  (esempio indicativo)**

$$K = 95/2$$

#### ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi della seguente figura:



determinare l'intervallo dei valori di  $K$  per i quali il sistema complessivo risulti asintoticamente stabile

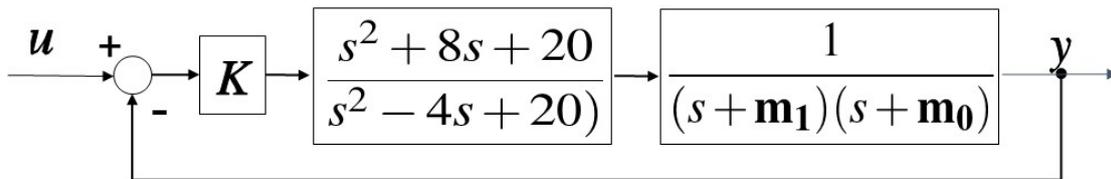
**RISPOSTA:**

Denominatore ad anello chiuso:  $s^3 + 3s^2 + 3s + K + 1$

$$-1 < K < 8$$

**ESERCIZIO 6.**

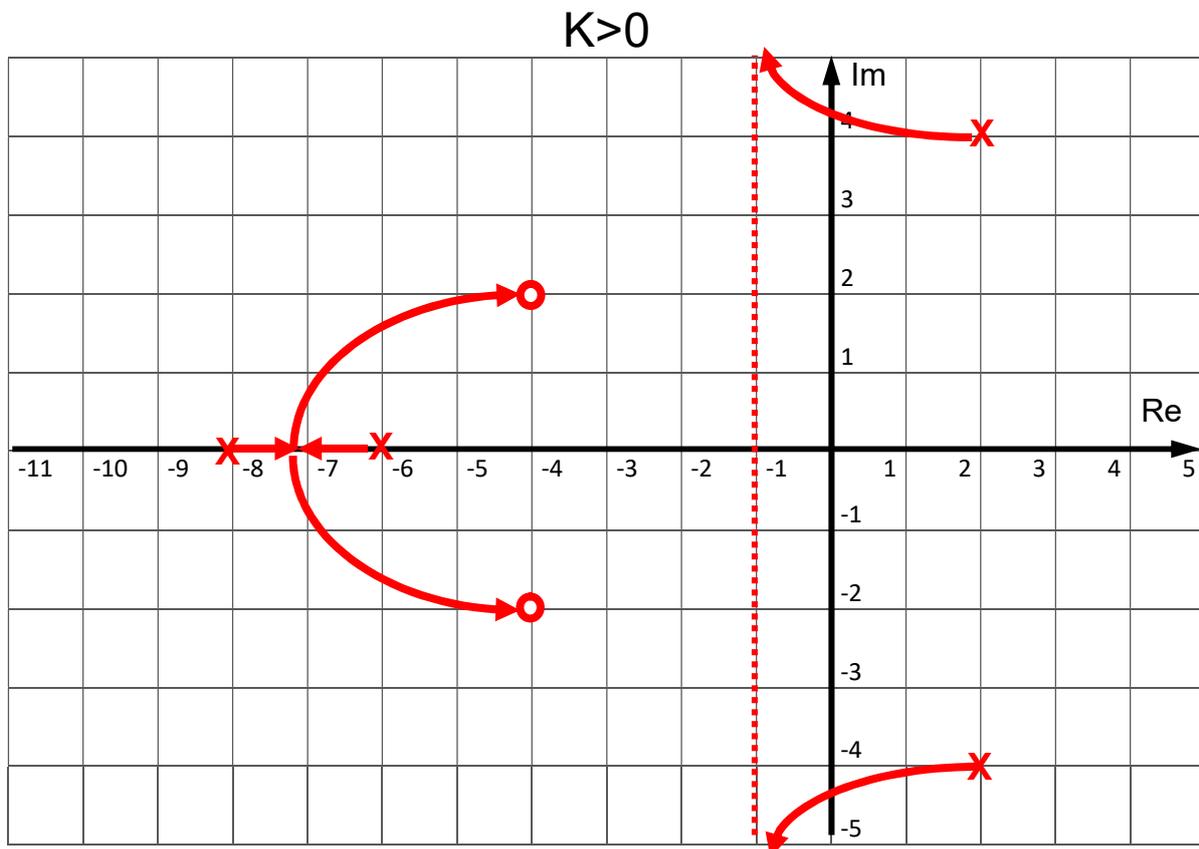
Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



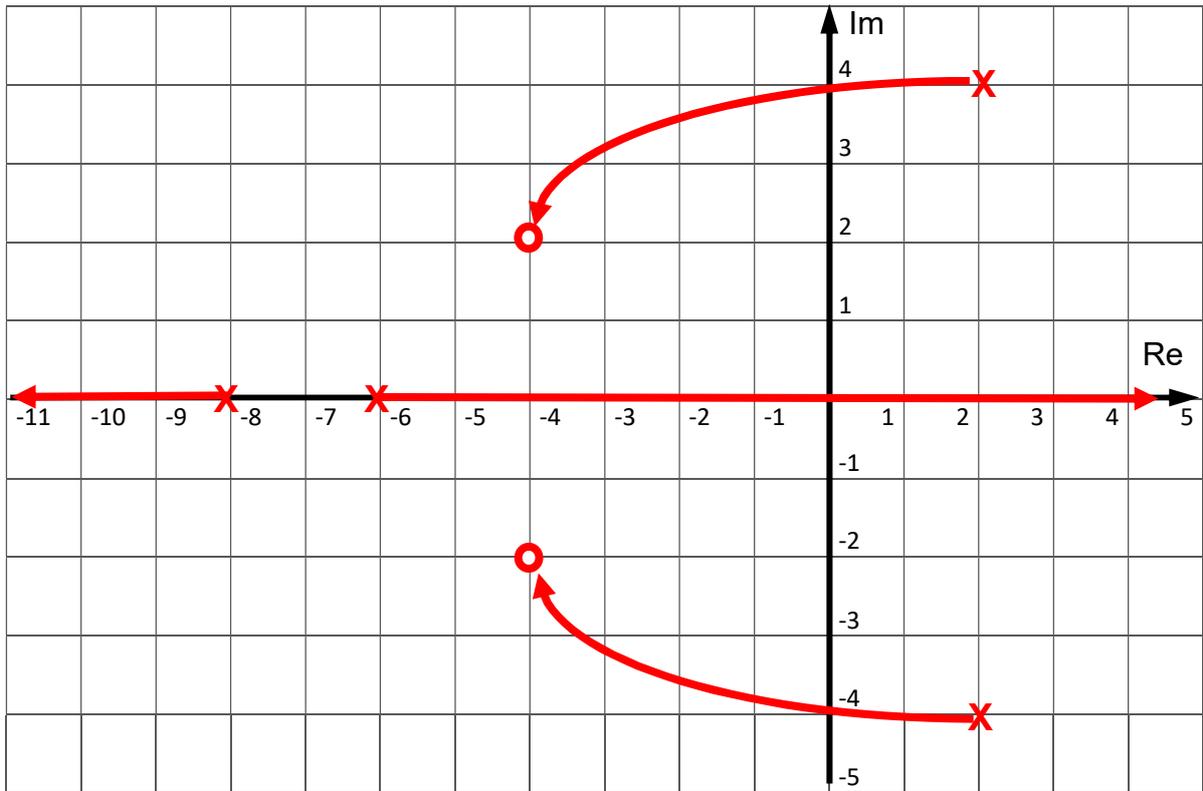
si disegnino i corrispondenti luoghi delle radici per  $K > 0$  (luogo diretto) e per  $K < 0$  (luogo inverso). Nel caso siano presenti asintoti, si tenga conto della posizione del relativo centro.

**NOTA:**  $m_1$  e  $m_0$  sono rispettivamente la penultima e l'ultima cifra a destra del proprio numero di matricola (considerate anche se nulle).

**RISPOSTA: CON  $m_1 = 6$  e  $m_0 = 8$  (esempio indicativo)**



$K < 0$



## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

Il polinomio minimo di un sistema dinamico, lineare e stazionario, a tempo continuo, è dato da:

$$\alpha(\lambda) = \lambda^4 + 2\lambda^3 + 3\lambda^2$$

Tale sistema:

- è nel complesso semplicemente stabile
- ha almeno un modo asintoticamente stabile
- ha almeno un modo semplicemente stabile
- ha almeno un modo instabile

### DOMANDA 2.

Un sistema descritto dal modello matematico  $\dot{x}(t) = u(t)$ ;  $y(t) = x(t)$

- è completamente raggiungibile
- è completamente osservabile
- è semplicemente stabile
- è asintoticamente stabile

### DOMANDA 3.

Il tempo di assestamento (al +/- 5%) nella risposta al gradino del sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s+2}$$

risulta essere

- $T_a = 3/2$
- $T_a = 3$
- $T_a = 2$
- $T_a = 1$

### DOMANDA 4.

La risposta al gradino del sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{1+\tau s}$$

- ha un valore di regime pari a  $1/\tau$
- ha un valore di regime pari a 1
- per  $t = 0+$  ha una pendenza pari a  $1/\tau$
- per  $t = 0+$  ha una pendenza pari a  $\tau$