

**Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)**  
**(A.A. fino al 2017/2018)**

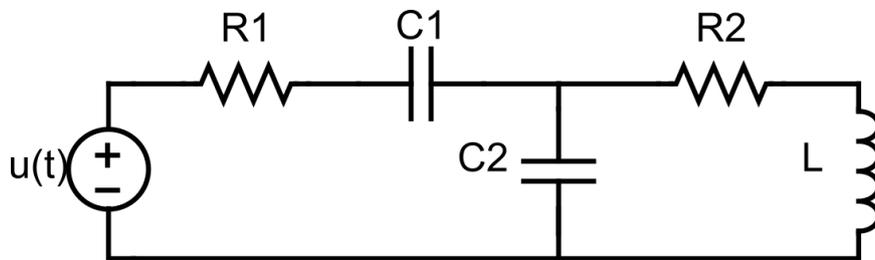
**Prova scritta – 19 settembre 2019**

**COGNOME e NOME:** \_\_\_\_\_

**MATRICOLA:** \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO 1.**

Si consideri il circuito elettrico passivo mostrato nella seguente figura:



Indicando con  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  rispettivamente la tensione ai capi del condensatore  $C_1$ , la tensione ai capi del condensatore  $C_2$  e la corrente nell'induttore  $L$ , il modello matematico del circuito si può ottenere applicando le leggi di Kirchhoff e le relazioni di base di elementi elettrici passivi, dalle quali derivano le seguenti equazioni differenziali:

$$C_1 \dot{x}_1 = \frac{u - x_1 - x_2}{R_1}$$

$$C_2 \dot{x}_2 = \frac{u - x_1 - x_2}{R_1} - x_3$$

$$L \dot{x}_3 = x_2 - R_2 x_3$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le ovvie (data la notazione usata nel circuito) scelte per le variabili di stato e ingresso e considerando come uscita  $y = x_3$ .

**RISPOSTA:**

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$R_1 = 5; \quad R_2 = 2; \quad C_1 = 0,1; \quad C_2 = 0,2; \quad L = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$Q^T =$

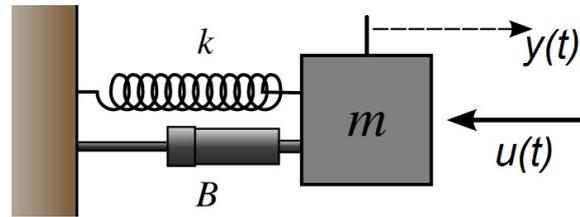
$\text{rango}(Q^T) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

## ESERCIZIO 3.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 9y(t) = u(t)$$

Si determinino la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  con la trasformata di Laplace ed il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino.

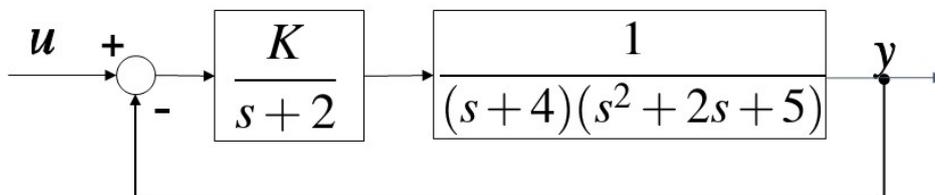
**RISPOSTA:**

$$G(s) =$$

$$T_a =$$

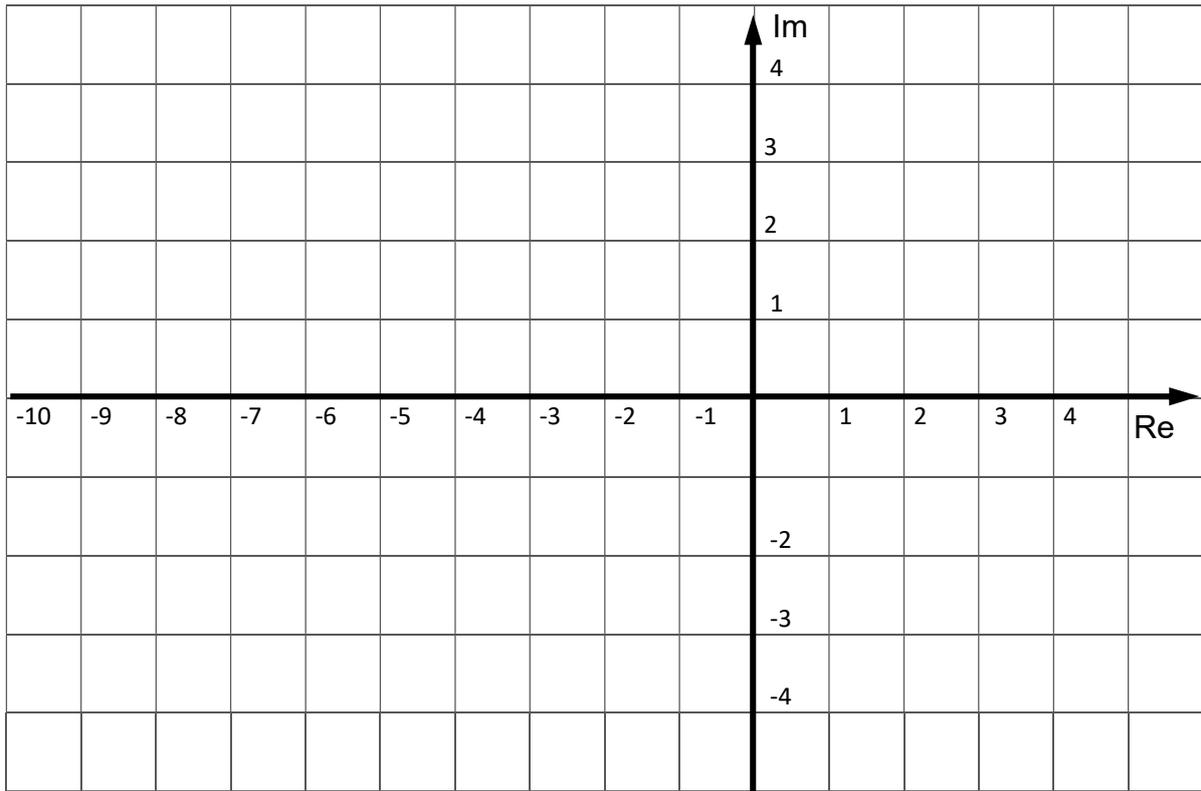
#### ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per  $K > 0$  (luogo diretto) e si determini il valore di  $K$  (compatibile con il luogo diretto) per il quale il sistema risulti semplicemente stabile.

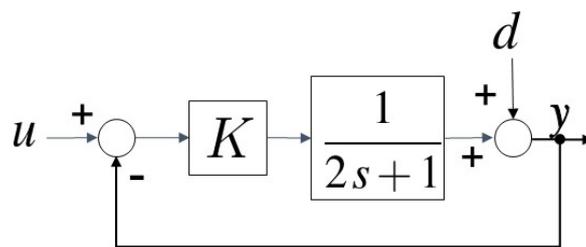
**RISPOSTA:**



$K =$

### ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino:

- il valore di  $K$  tale per cui il sistema chiuso in retroazione risulti avere tempo di assestamento pari a  $T_a = 0,5$  secondi in risposta ad un gradino unitario applicato all'ingresso  $u$  (i.e.  $U(s) = 1/s$ ) con segnale di disturbo  $d = 0$ .  
**NOTA:** il sistema considerato è del primo ordine.
- Il valore dell'uscita a regime (i.e.  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ ) ottenuto sostituendo il valore di  $K$  precedentemente ottenuto e considerando l'ingresso  $u$  nullo e il segnale di disturbo a gradino unitario (i.e.  $D(s) = 1/s$ ).

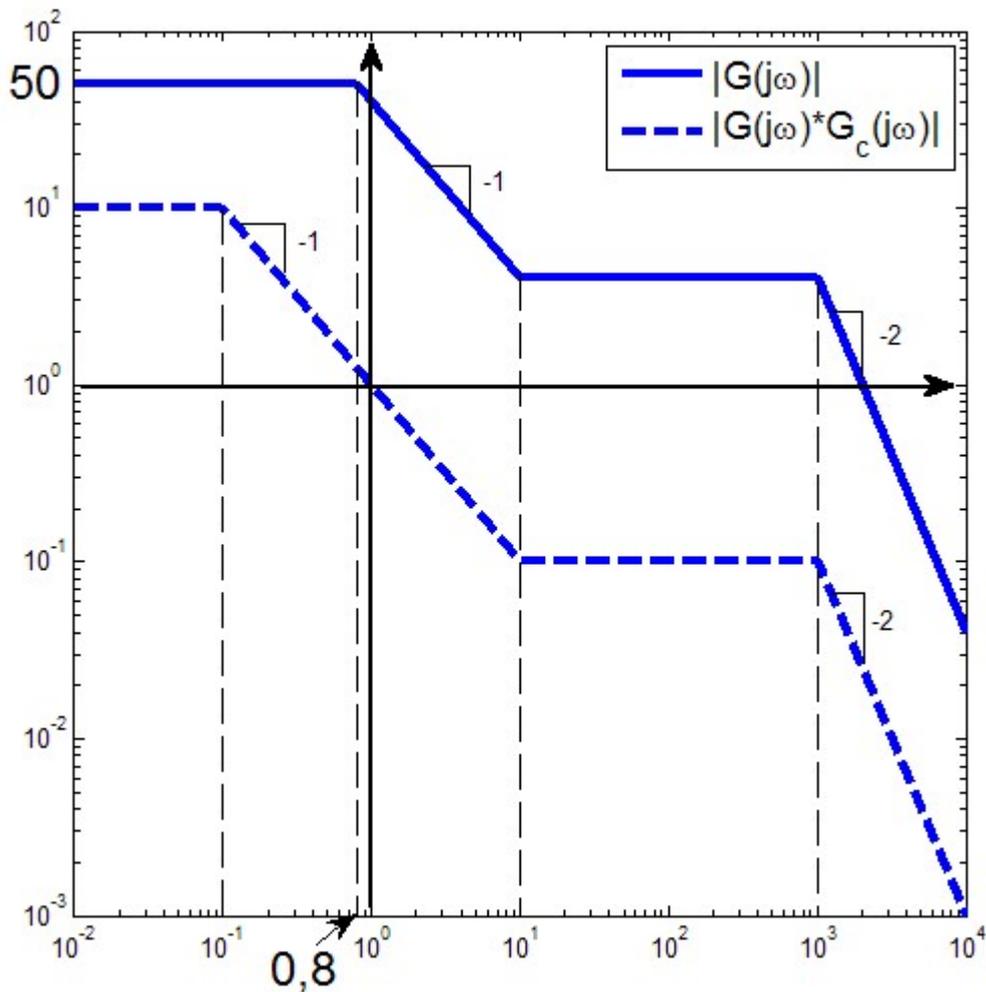
**RISPOSTA:**

$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) =$$

(con  $u = 0$  e  $d(t)$  a gradino unitario)

**ESERCIZIO 6.**

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento  $G(s)$  e  $G_c(s)$ , supposte entrambe a fase minima.

**RISPOSTA:**

$$G(s) =$$

$$G_c(s) =$$

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

La stabilità di un sistema lineare e stazionario:

- È funzione delle condizioni iniziali di un sistema
- È funzione del valore degli ingressi
- È funzione del valore dei disturbi
- È funzione degli autovalori del sistema

### DOMANDA 2.

Il moto libero di un sistema dinamico, lineare, stazionario, continuo e di ordine due, è del tipo:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= e^t x_1(0) \\x_2(t) &= e^{-2t} x_2(0)\end{aligned}$$

Il sistema considerato:

- è completamente controllabile
- può essere completamente controllabile
- è asintoticamente stabile
- è instabile

### DOMANDA 3.

Il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t) \\y(t) &= 2x(t)\end{aligned}$$

ha funzione di risposta impulsiva pari a:

- $W(t) = e^{-2t}$
- $W(t) = 2e^{-2t}$
- $W(t) = e^{2t}$
- $W(t) = 2e^{2t}$

### DOMANDA 4.

La retroazione tra stato stimato (mediante osservatore identità) e ingresso in un sistema dinamico, lineare e stazionario, consente di assegnare arbitrariamente gli autovalori del sistema chiuso in retroazione se il sistema osservato è:

- completamente raggiungibile
- completamente osservabile
- completamente osservabile e raggiungibile
- asintoticamente stabile

**DOMANDA 5.**

L'ingresso  $u(t)$  e l'uscita  $y(t)$  di un sistema sono legati dalla relazione  $\dot{y}(t) = u(t)$

Tale sistema:

- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = s$
- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = 1 / s$
- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = 1 / (s+1)$
- è puramente dinamico

**DOMANDA 6.**

Due sistemi di tipo 0, entrambi asintoticamente stabili, aventi la stessa costante di posizione  $K_p$ , se vengono posti in retroazione negativa unitaria:

- Generano sistemi stabili ad anello chiuso
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a gradino
- Presentano lo stesso errore a regime per lo stesso ingresso a gradino
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a rampa

**DOMANDA 7.**

Dal diagramma di Bode del modulo di una funzione di risposta armonica  $|G(j\omega)|$  è possibile dedurre completamente il diagramma di Bode dell'argomento  $\arg(G(j\omega))$ :

- solo se il diagramma del modulo ha sempre pendenza  $< 0$  o nulla.
- solo se la funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli a parte reale negativa
- solo se la funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
- solo per sistemi di tipo 0

**DOMANDA 8.**

Posto  $0 < b < a$ , il sistema avente la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{(s+a)}{(s+b)}$$

risulta essere:

- una rete anticipatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) unitario
- una rete anticipatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) non unitario
- una rete ritardatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) unitario
- una rete ritardatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) non unitario