

**Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 crediti) /  
“CONTROLLI AUTOMATICI”**

**Prova scritta – 19 settembre 2019**

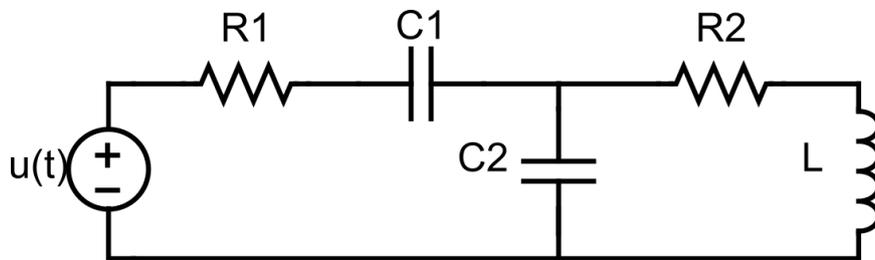
**COGNOME e NOME:** \_\_\_\_\_

**MATRICOLA:** \_\_\_\_\_

---

**ESERCIZIO 1.**

Si consideri il circuito elettrico passivo mostrato nella seguente figura:



Indicando con  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  rispettivamente la tensione ai capi del condensatore  $C_1$ , la tensione ai capi del condensatore  $C_2$  e la corrente nell'induttore  $L$ , il modello matematico del circuito si può ottenere applicando le leggi di Kirchhoff e le relazioni di base di elementi elettrici passivi, dalle quali derivano le seguenti equazioni differenziali:

$$C_1 \dot{x}_1 = \frac{u - x_1 - x_2}{R_1}$$

$$C_2 \dot{x}_2 = \frac{u - x_1 - x_2}{R_1} - x_3$$

$$L \dot{x}_3 = x_2 - R_2 x_3$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le ovvie (data la notazione usata nel circuito) scelte per le variabili di stato e ingresso e considerando come uscita  $y = x_3$ .

**RISPOSTA:**

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$R_1 = 5; \quad R_2 = 2; \quad C_1 = 0,1; \quad C_2 = 0,2; \quad L = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$Q^T =$

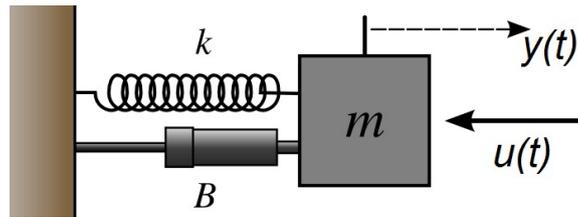
$\text{rango}(Q^T) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

## ESERCIZIO 3.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 9y(t) = u(t)$$

Si determinino la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  con la trasformata di Laplace ed il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino.

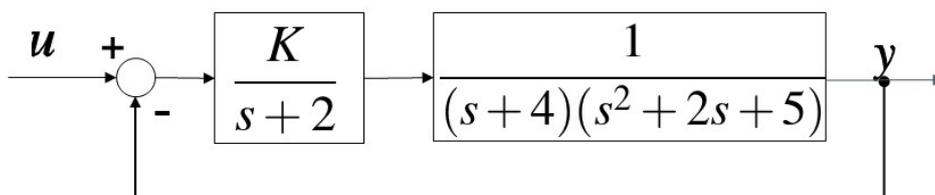
**RISPOSTA:**

$$G(s) =$$

$$T_a =$$

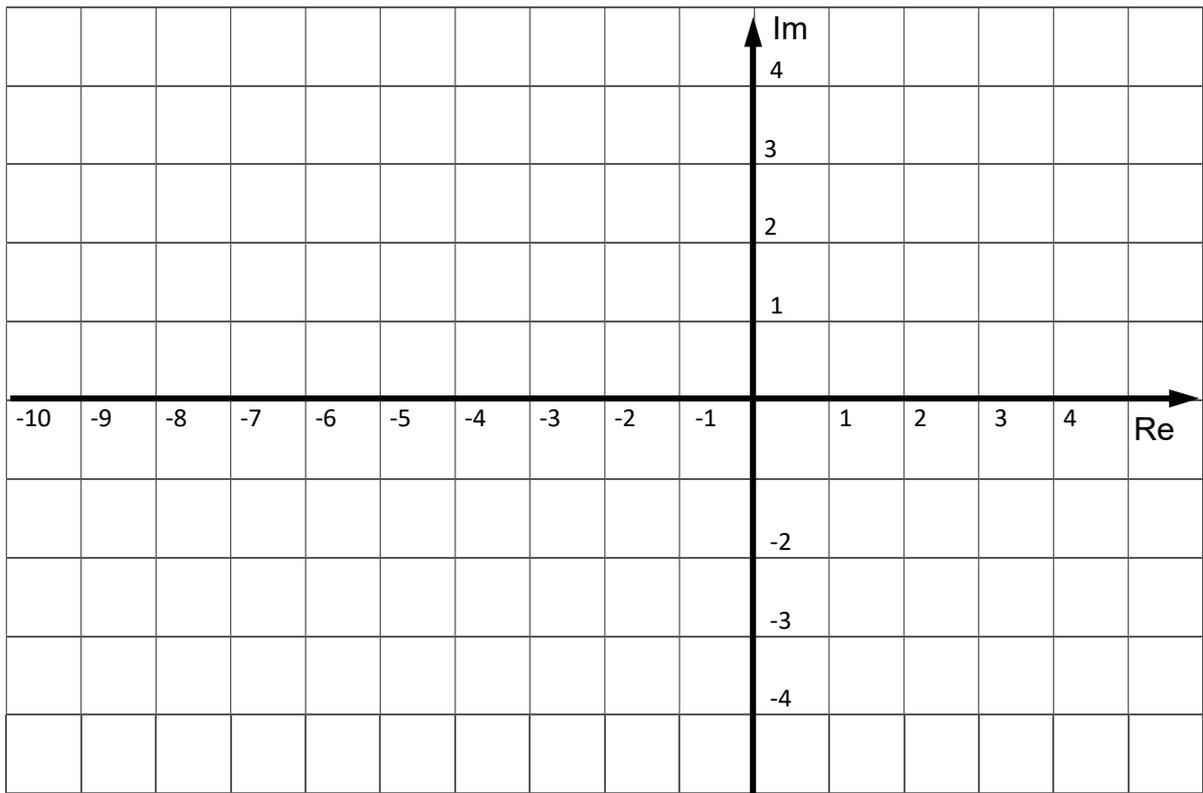
#### ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per  $K > 0$  (luogo diretto) e si determini il valore di  $K$  (compatibile con il luogo diretto) per il quale il sistema risulti semplicemente stabile.

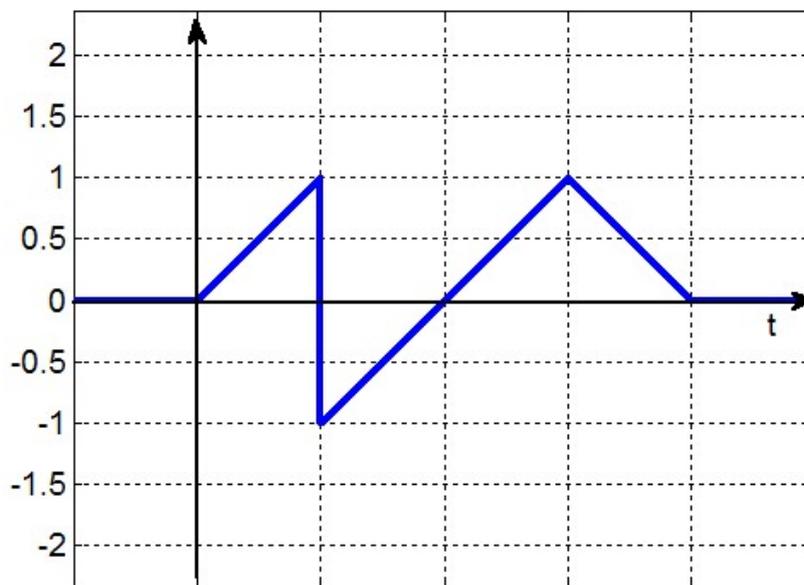
**RISPOSTA:**



$K =$

**ESERCIZIO 5.**

Si determini la trasformata di Laplace del seguente segnale nel dominio del tempo  $f(t)$ :



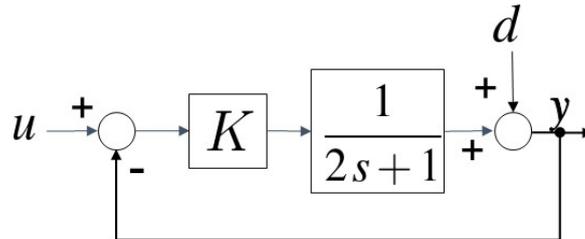
**RISPOSTA:**

$$F(s) =$$

---

**ESERCIZIO 6.**

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino:

- il valore di  $K$  tale per cui il sistema chiuso in retroazione risulti avere tempo di assestamento pari a  $T_a = 0,5$  secondi in risposta ad un gradino unitario applicato all'ingresso  $u$  (i.e.  $U(s) = 1/s$ ) con segnale di disturbo  $d = 0$ .  
**NOTA:** il sistema considerato è del primo ordine.
- Il valore dell'uscita a regime (i.e.  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ ) ottenuto sostituendo il valore di  $K$  precedentemente ottenuto e considerando l'ingresso  $u$  nullo e il segnale di disturbo a gradino unitario (i.e.  $D(s) = 1/s$ ).

**RISPOSTA:**

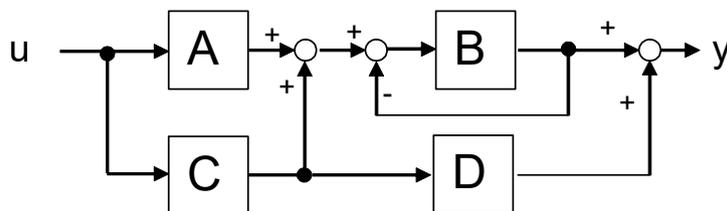
$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) =$$

(con  $u = 0$  e  $d(t)$  a gradino unitario)

---

**ESERCIZIO 7.**

Si determini la funzione di trasferimento del seguente schema a blocchi:



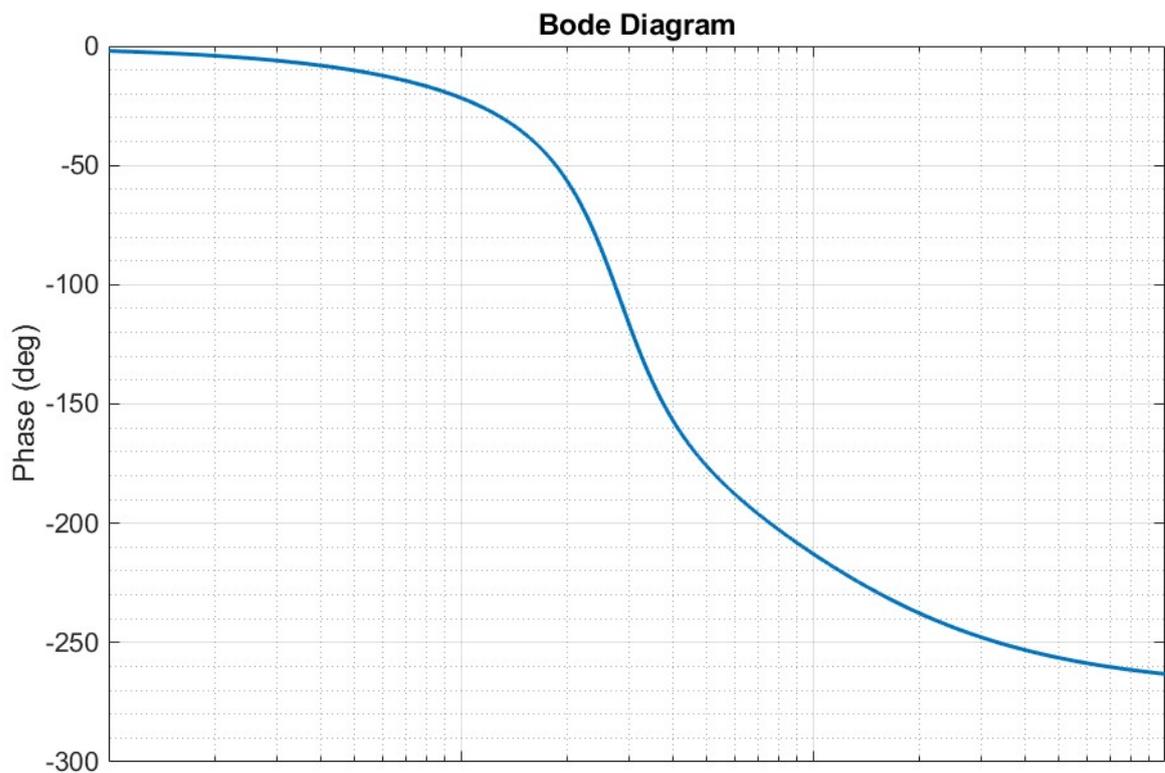
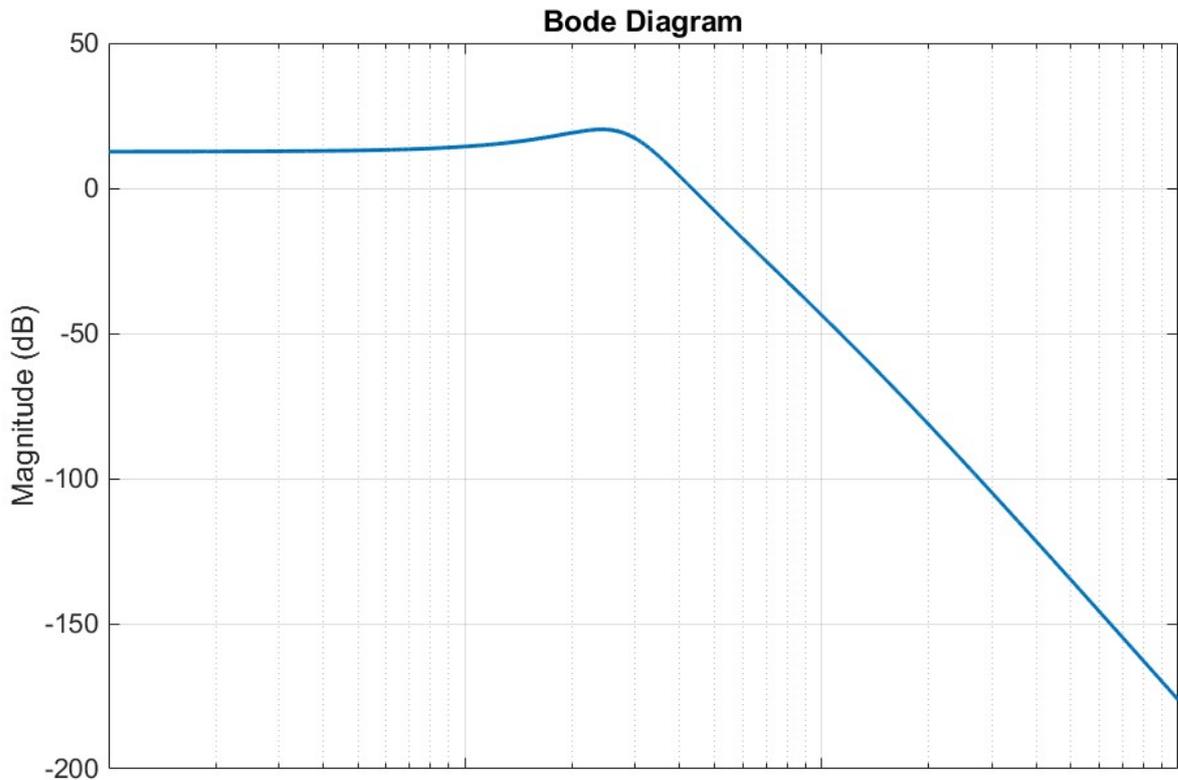
**RISPOSTA:**

$$y / u =$$

---

## ESERCIZIO 8.

Dato il seguente diagramma di Bode completo (ampiezze in alto, fasi in basso), si determini per via grafica il margine di fase della funzione di trasferimento corrispondente (con arrotondamento al multiplo di  $5^\circ$  più vicino).



**RISPOSTA:**  $M_f =$

---

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

La stabilità di un sistema lineare e stazionario:

- È funzione delle condizioni iniziali di un sistema
- È funzione del valore degli ingressi
- È funzione del valore dei disturbi
- È funzione degli autovalori del sistema

### DOMANDA 2.

L'ingresso  $u(t)$  e l'uscita  $y(t)$  di un sistema sono legati dalla relazione  $\dot{y}(t) = u(t)$

Tale sistema:

- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = s$
- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = 1 / s$
- ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = 1 / (s+1)$
- è puramente dinamico

### DOMANDA 3.

Due sistemi di tipo 0, entrambi asintoticamente stabili, aventi la stessa costante di posizione  $K_p$ , se vengono posti in retroazione negativa unitaria:

- Generano sistemi stabili ad anello chiuso
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a gradino
- Presentano lo stesso errore a regime per lo stesso ingresso a gradino
- Presentano errore a regime nullo per ingresso a rampa

### DOMANDA 4.

La funzione di trasferimento di un sistema dinamico a tempo continuo è:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+1)}{(s+3)^2}$$

Il sistema complessivo dal quale viene ricavata tale funzione:

- È puramente dinamico
- È instabile
- Può essere asintoticamente stabile
- È a fase minima

### DOMANDA 5.

Posto  $0 < b < a$ , il sistema avente la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{(s+a)}{(s+b)}$$

risulta essere:

- una rete anticipatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) unitario
- una rete anticipatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) non unitario
- una rete ritardatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) unitario
- una rete ritardatrice a guadagno statico (i.e.  $G(0)$ ) non unitario