

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU) (A.A. fino al 2017/2018)

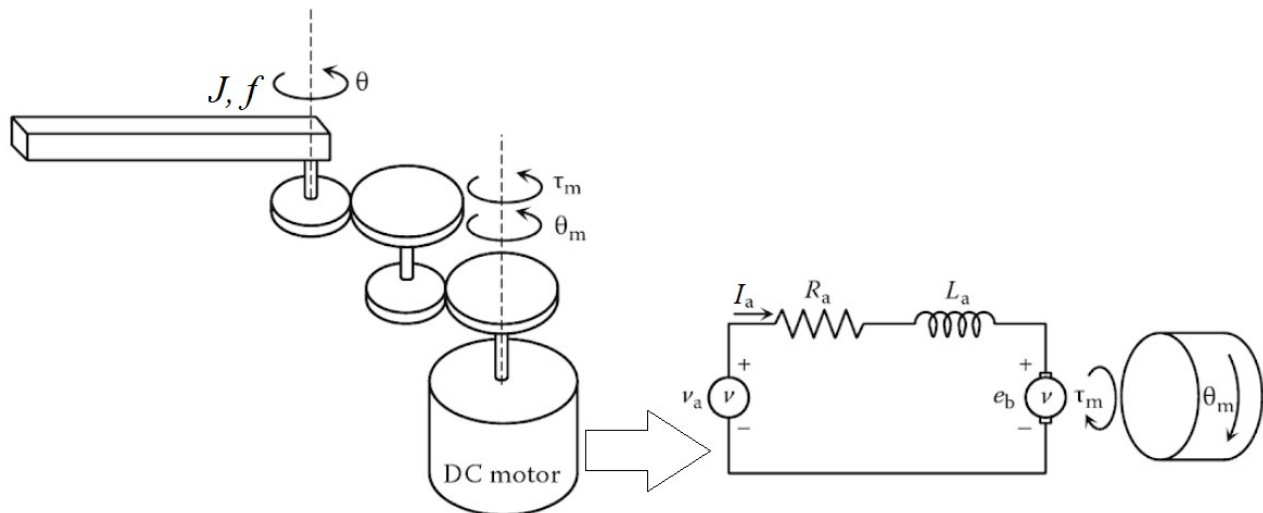
Prova scritta – 21 giugno 2019

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema robotico costituito da un singolo braccio meccanico azionato, tramite un riduttore meccanico ad ingranaggi, da un motore a corrente continua (*DC motor*). Il sistema è quindi schematizzabile come mostrato nella seguente figura:



Il modello matematico del sistema si può esprimere con le seguenti equazioni:

$$v_a = R_a I_a + L_a \dot{I}_a + K_m \dot{\theta}_m$$

$$\frac{K_m I_a}{n} = J \ddot{\theta} + f \dot{\theta}$$

$$\theta = n \theta_m$$

nelle quali R_a e L_a sono rispettivamente la resistenza e l'induttanza del circuito di armatura del motore, K_m è la costante di accoppiamento elettromagnetico, J è il momento di inerzia del braccio, f il coefficiente d'attrito viscoso, ed n è il rapporto di riduzione della serie di ingranaggi. Si noti che la prima equazione fa riferimento alla velocità angolare dell'albero motore, la seconda esprime il bilancio delle coppie all'asse di rotazione del

braccio, mentre la terza è relazione algebrica tra le posizioni (e quindi tra le velocità e le accelerazioni) dei due alberi.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita (si noti il riferimento all'albero del braccio meccanico):

$$x_1 = I_a; x_2 = \theta; x_3 = \dot{\theta}; u = v_a; y = \theta = x_2;$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$L_a = 0,5; \quad R_a = 5; \quad J = 0,25; \quad f = 2,5; \quad K_m = 75; \quad n = 25;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile.

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e. $u = Hx + v$), in modo tale che:

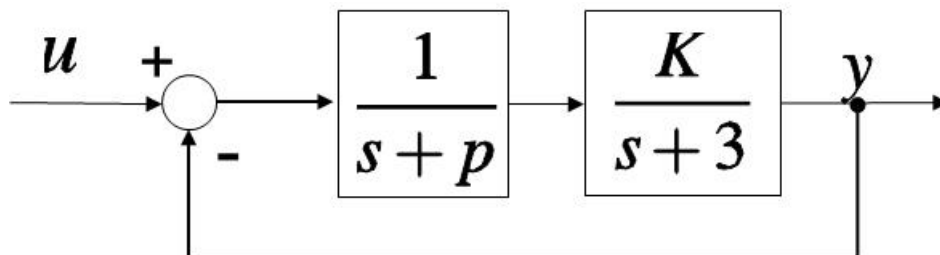
- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;
- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 3 secondi e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -1, -2, ecc.).

RISPOSTA:

$$H =$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di K e p tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere tempo di assestamento $T_a = 1$ secondo e coefficiente di smorzamento $\delta = 0,5 = 1/2$

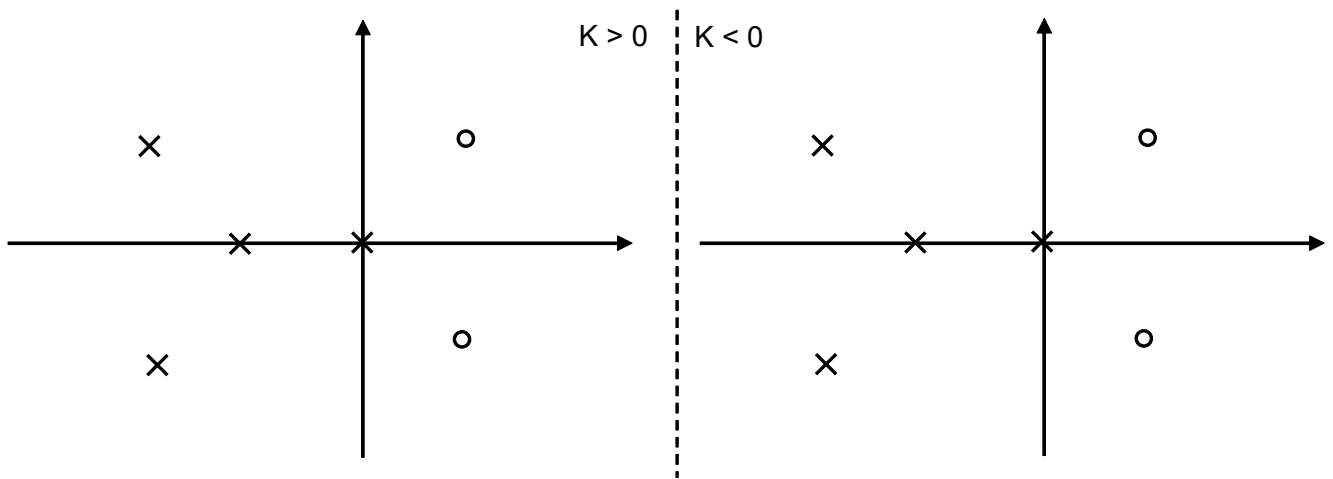
RISPOSTA:

$$K =$$

$$p =$$

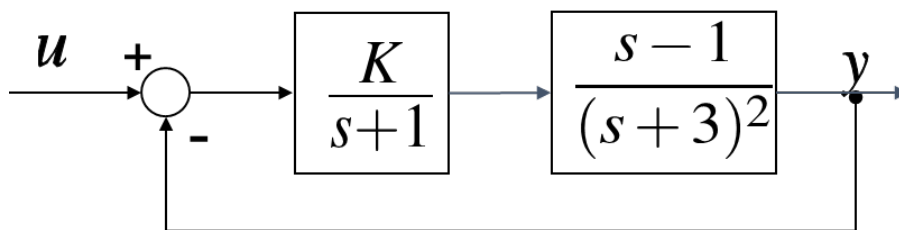
ESERCIZIO 5.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici per un sistema in retroazione la cui funzione di trasferimento d'anello abbia poli (X) e zeri (O) come indicato in figura:



ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito:



Si determinino i valori di K tali per cui il sistema chiuso in retroazione risulti asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

$$K =$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, tempo-continuo e di ordine n , ha la matrice dinamica A con tutti gli elementi nulli. Tale sistema:

- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile
- è instabile
- può essere completamente osservabile solo se ha n uscite (C di dimensione $n \times n$)

DOMANDA 2.

Si consideri un sistema dinamico, con un solo ingresso e una sola uscita, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t).$$

La sua risposta impulsiva $W(t)$:

- coincide con la risposta forzata, a partire dallo stato nullo, se $u(t) = W(t)$
- coincide con la risposta libera, se lo stato iniziale è $x(0) = B$
- coincide con la risposta libera, se lo stato iniziale è $x(0) = C^T$
- coincide con l'antitrasformata di Laplace della funzione di trasferimento $G(s)$

DOMANDA 3.

Una retroazione stato-ingresso in un sistema dinamico, lineare e stazionario, completamente raggiungibile-controllabile e non completamente osservabile ricostruibile consente di:

- modificare arbitrariamente tutti gli autovalori del sistema
- modificare arbitrariamente solo gli autovalori della parte osservabile-ricostruibile
- rendere il sistema completamente osservabile-ricostruibile
- rendere il sistema stabile semplicemente, ma non asintoticamente

DOMANDA 4.

Il polinomio caratteristico di un sistema dinamico, lineare e stazionario, tempo-continuo, è:

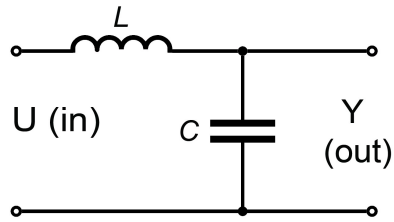
$$a(\lambda) = \lambda^2(\lambda + 1)^2$$

Il sistema:

- ha almeno un modo instabile
- può avere un modo instabile
- ha almeno un modo semplicemente stabile
- ha almeno un modo asintoticamente stabile

DOMANDA 5.

La funzione di trasferimento del seguente circuito elettrico (con $L > 0$ e $C > 0$):



risulta avere poli:

- tutti a parte reale negativa
- che possono essere a parte reale positiva
- tutti a parte reale nulla
- con parte reale che dipende dai valori di L e C

DOMANDA 6.

La funzione di trasferimento di un sistema, con un solo ingresso e una sola uscita, è il rapporto di due polinomi dello stesso ordine. Il sistema:

- è puramente dinamico
- è dinamico, non puramente
- non è fisicamente realizzabile
- è fisicamente realizzabile

DOMANDA 7.

Posto $0 < a < b$, la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{b(s+a)}{a(s+b)}$$

- è una rete anticipatrice a guadagno statico unitario
- è una rete anticipatrice a guadagno statico non unitario
- è una rete ritardatrice a guadagno statico unitario
- è una rete ritardatrice a guadagno statico non unitario

DOMANDA 8.

Il sistema ad anello chiuso costituito da un sistema del primo ordine, senza alcuno zero, con un regolatore PI e retroazione negativa unitaria:

- ha guadagno statico minore di 1
- ha guadagno statico maggiore di uno
- ha guadagno statico unitario
- è sempre instabile