

# Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

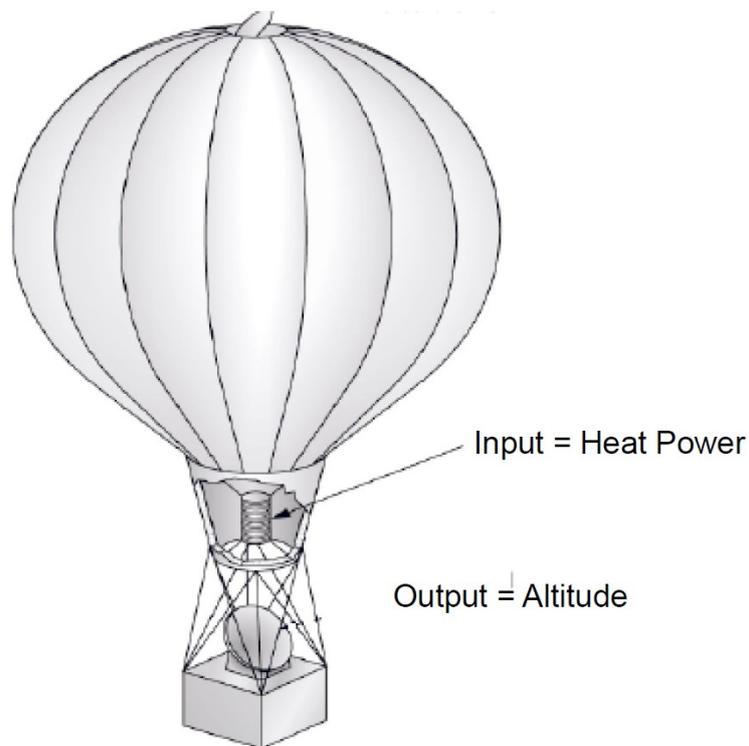
*Prova scritta – 7 giugno 2019*

COGNOME e NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

## ESERCIZIO 1.

Si consideri il problema della regolazione di quota dell'aerostato ad aria calda mostrato nella seguente figura:



Ipotesizzando di considerare le quantità fisiche come piccole variazioni rispetto ad una opportuna condizione operativa, il modello matematico del sistema si può esprimere con le seguenti equazioni differenziali che descrivono la dinamica della temperatura interna all'aerostato  $T$  e della quota  $Z$ :

$$C_t \dot{T} + \frac{1}{R_t} T = q$$

$$m \ddot{z} + f \dot{z} = E_q T$$

nelle quali  $C_t$  e  $R_t$  sono rispettivamente la capacità termica e la resistenza termica del contenitore di aria calda,  $q$  è il calore generato dal bruciatore,  $m$  è la massa complessiva dell'aerostato,  $f$  il coefficiente d'attrito corrispondente alla resistenza aerodinamica ed  $E_q$  esprime il rapporto tra la spinta ascensionale data dall'aria calda e la temperatura dell'aria all'interno dell'aerostato.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = T; x_2 = z; x_3 = \dot{z}; u = q; y = x_2;$$

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$C_t = 500; R_t = 0,5; m = 25; f = 2,5; E_q = 5;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$Q^T =$$

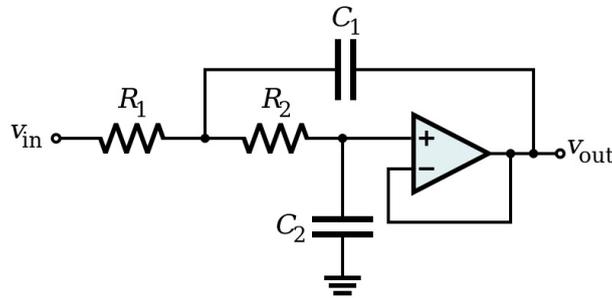
$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

### ESERCIZIO 3.

Il seguente circuito elettrico attivo, con topologia detta di Sallen-Key:



risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Si determini la corrispondente funzione di risposta impulsiva.

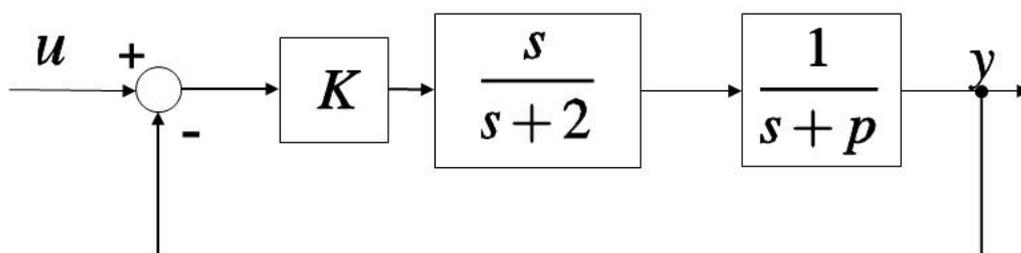
**RISPOSTA:**

$$W(t) =$$

---

### ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:

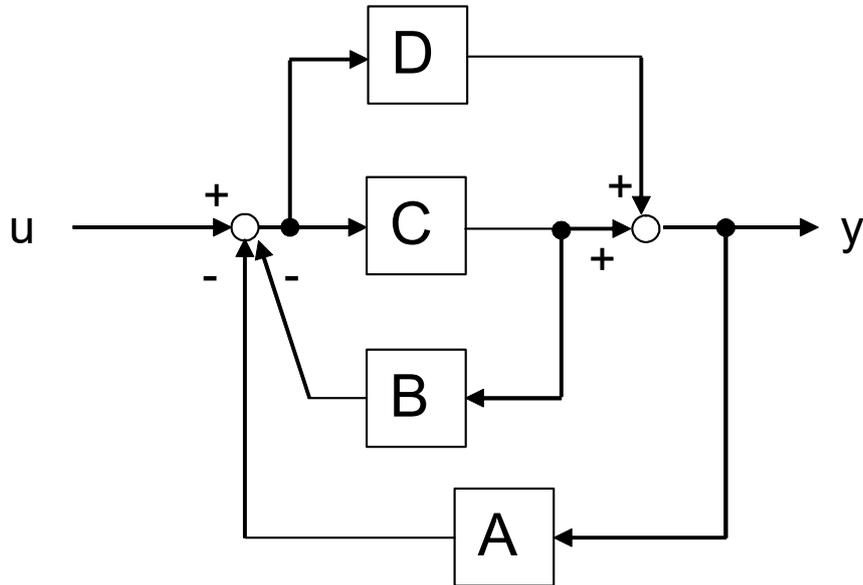


si determinino i valori di  $K$  e  $p$  tali che il sistema ad anello chiuso risulti avere pulsazione naturale  $\omega_n = 8$  e tempo di assestamento  $T_a = 0.8$  secondi.



### ESERCIZIO 6.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente schema a blocchi:



**RISPOSTA:**

$$Y/U =$$

---

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

Un sistema singolo ingresso / singola uscita, descritto dal modello matematico

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad y(t) = x(t)$$

- è asintoticamente stabile
- ha una funzione di trasferimento con un polo nullo
- ha una funzione di trasferimento con un polo a modulo unitario
- è puramente dinamico

### DOMANDA 2.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, presenta uscita sinusoidale in assenza di ingresso. Tale sistema può essere di ordine (numero di componenti del vettore di stato):

- 1
- 2
- 3
- 4

### DOMANDA 3.

Il sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli semplici e posizionati sull'asse immaginario:

- è instabile
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile
- è completamente controllabile.

### DOMANDA 4.

Dal diagramma di Bode del modulo di una funzione di risposta armonica  $|G(j\omega)|$  è possibile dedurre completamente il diagramma di Bode dell'argomento  $\arg(G(j\omega))$ :

- solo se il diagramma del modulo ha sempre pendenza  $< 0$  o nulla.
- solo se la funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli a parte reale negativa
- solo se la funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
- solo per sistemi di tipo 0