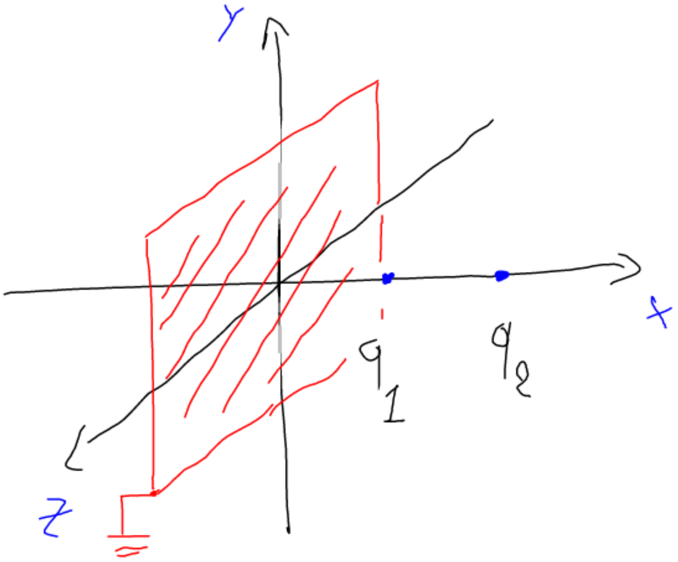
Two point charges $q1 = 1$ nC and $q2 = 2.5$ nC are placed on the X axis at a distance $d1 = 1$cm and $d2 = 2$ cm from an infinite metal plate connected to ground, laying on the YZ plane.

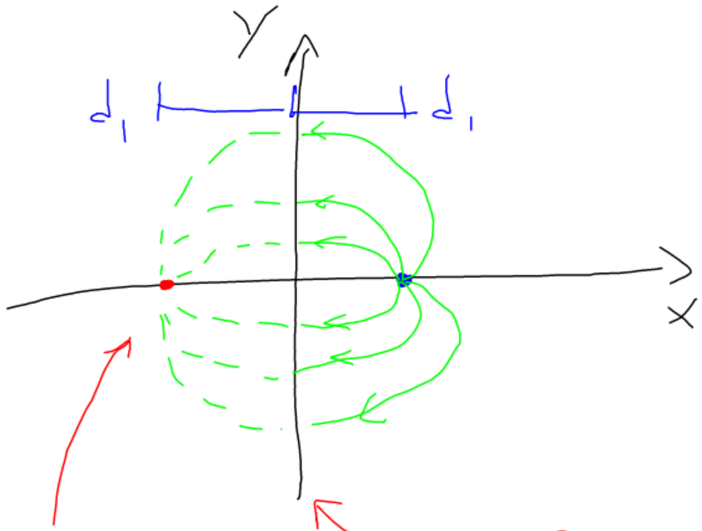
i) calculate the force acting on the charge q1

ii) calculate the electric field (magnitude and direction) on the Y axis (just outside the metal plate).

iii) calculate the surface charge distribution sigma on the metal plate as a function of the distance from the origin.



USO IL METODO DELLA CARICA IMMAGINE E IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE



CARICA IMMAGINE

SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE

LA CARICA IMM. È NEG.

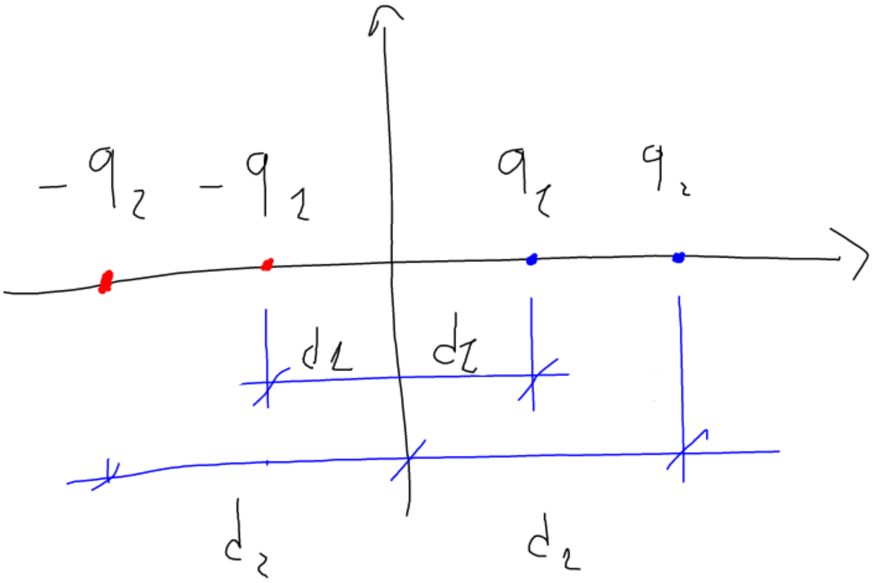
$$F_{11} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{d_1^2}$$

CARICA SU CUI AGISCE F

CARICA IMMAG. 1

IL SISTEMA LO POSSO RAPPRESENTARE COME

4 CARICHE, 2 REALI
2 IMMAGINE (NEGATIVE)



ABBIAMO 3 FORZE CHE AGISCONO SU q_1

$$\bar{F}_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{d_1^2}\hat{x}$$

ATTRAZIONE TRA q_1 e q_1 (IMMAGINE)

$$\bar{F}_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d_1^2}\hat{x}$$

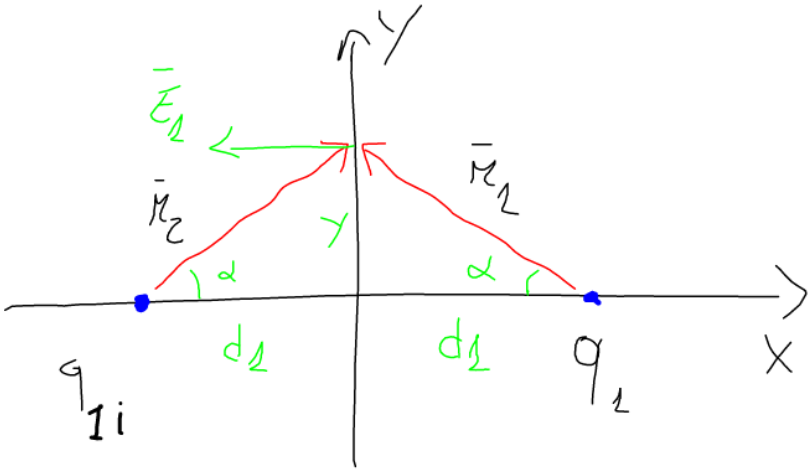
FORZA REPULSIVA TRA q_1 e q_2

$$\bar{F}_3 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{(d_1+d_2)^2}\hat{x}$$

FORZA ATTRATTIVA TRA q_1 e q_2 (IMM)

$$\bar{F}_{tot} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3$$

ii)



CALCOLO $\bar{E}_1$ USANDO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$q_{1i} = -q_1$$

$$\bar{E}_{q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d_1^2+y^2)}\hat{r}_1$$

$$E_{q_1 x} = \bar{E}_{q_1}\cdot\hat{x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d_1^2+y^2)}\hat{r}_1\cdot\hat{x}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d_1^2+y^2)}(-\cos\alpha)$$

$$= \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d_1^2+y^2)}\frac{d_1}{r_1}$$

$$= \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 d_1}{(d_1^2+y^2)^{3/2}}$$

Analogamente posso calcolare il contributo al campo elettrico dato dalla carica immagine

$$E_{q_{1i}x} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 d_1}{(d_1^2 + y^2)^{3/2}}$$

La componente Y del campo $E_{q_1 Y} = -E_{q_{1i} Y}$

$$E_1 = E_{1x} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 d_1}{(d_1^2 + y^2)^{3/2}}$$

Analogamente posso calcolare E2

$$E_2 = E_{2x} = \frac{-1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 d_2}{(d_2^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$\bar{E}_{tot} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = (E_{1x} + E_{2x})\hat{x}$$

$$= \frac{-1}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1 d_1}{(d_1^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{q_2 d_2}{(d_2^2 + y^2)^{3/2}}\right]\hat{x}$$

iii) Utilizzo il teorema di Gauss per risalire da E a sigma

$$|\bar{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E$$

$$\sigma = -\frac{1}{2\pi}\left[\frac{q_1 d_1}{(d_1^2+y^2)^{3/2}} + \frac{q_2 d_2}{(d_2^2+y^2)^{3/2}}\right]$$

La densitá di carica é **NEGATIVA** in quanto é carica **INDOTTA** da cariche q_1 e q_2 **POSITIVE**

NB: $$Q_{ind} = \iint_{y\varepsilon} \sigma \, ds = -(q_1 + q_2)$$