università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Esercizio 1: Una cilindro dielettrico di raggio R = 10 cm e lunghezza indefinita ha una delle sue basi che giace sul piano *xy* , mentre il suo asse coincide con l'asse *z*. Il cilindro possiede una densità volumetrica di carica costante $\rho = 10^{-9}$ C/ cm^3 .

i. Calcolare le componenti del campo in un generico punto P dell'asse z.

ii. Una particella avente carica 3.2×10^{-19} C giace sull'asse z a distanza z_0 = 2 mm dal piano *xy* in equilibrio sotto l'azione della forza peso e della repulsione coulombiana da parte del cilindro. Calcolare l'espressione della forza elettrostatica che agisce sulla particella.

iii. Calcolare la massa m della particella affinché essa stia in equilibrio sotto l'azione della forza peso e della repulsione coulombiana.

iv. Nell'ipotesi che la base del cilindro si potesse approssimare ad un piano infinito, calcolare la densità superficiale di carica σ che occorrerebbe fornire al piano per mantenere la particella in equilibrio sotto l'azione della forza peso.

Esercizio 2: Un nastro conduttore rettilineo, di spessore 0.2 mm e larghezza *w* = 3 cm ed è percorso da una corrente *I* = 15 A uniformemente distribuita sulla sezione del nastro. Considerare un punto P sul piano del nastro distante *d* = 1.5w dal centro del nastro, come indicato in figura. La densità volumetrica di portatori di carica è n = 5×10^{22} cm^{-3}.

i. Calcolare la densità superficiale di corrente che fluisce nella lamina.

ii. Trascurando lo spessore del nastro, determinare il valore del campo magnetico generato dal nastro stesso nel punto P.

iii. Calcolare la velocità media dei portatori di carica che fluiscono nella lamina.

iv. Supponendo che nello spazio in cui è immerso il nastro conduttore esista un campo magnetico perpendicolare al nastro stesso di valore B_0 = 1.2 T, calcolare modulo e verso del campo elettrico trasverso , diretto secondo l'asse y, che compare nella lamina.

v. Determinare inoltre la differenza di potenziale tra le facce della lamina perpendicolari all'asse x.

Esercizio 2: Una sbarretta di materiale con permeabilità magnetica μ_r = 300 e sezione S = 3 cm^2 è parzialmente inserita per un tratto x = 10 cm all'interno di un solenoide rettilineo lungo L = 50 cm, avente la stessa sezione della sbarretta e formato da 1500 spire. Il solenoide è percorso da una corrente i = 500 mA.

i. <u>Trascurando gli effetti di bordo</u>, calcolare le componenti dei campi all'interno del solenoide, nella regione in cui è presente la sbarretta e nella regione in aria. Si suggerisce per la soluzione dell'esercizio di considerare il sistema costituito da due solenoidi distinti di cui uno solo è dotato di nucleo ferromagnetico.

ii. Calcolare il coefficiente di autoinduzione del solenoide.

iii. Calcolare l'energia magnetica del sistema.

iv. Calcolare la forza che agisce sulla sbarretta e specificare se questa tende ad attirarla all'interno del solenoide o a respingerla all'esterno.

Teoria: Le correnti di magnetizzazione.

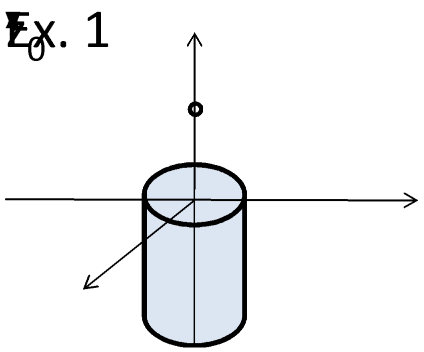
Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

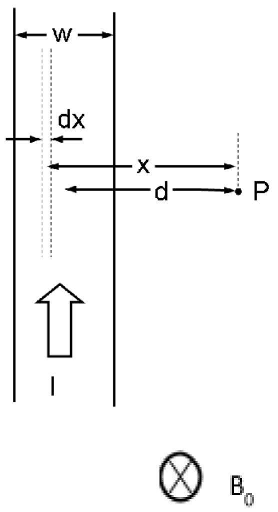
Esame scritto del 17/09/2014

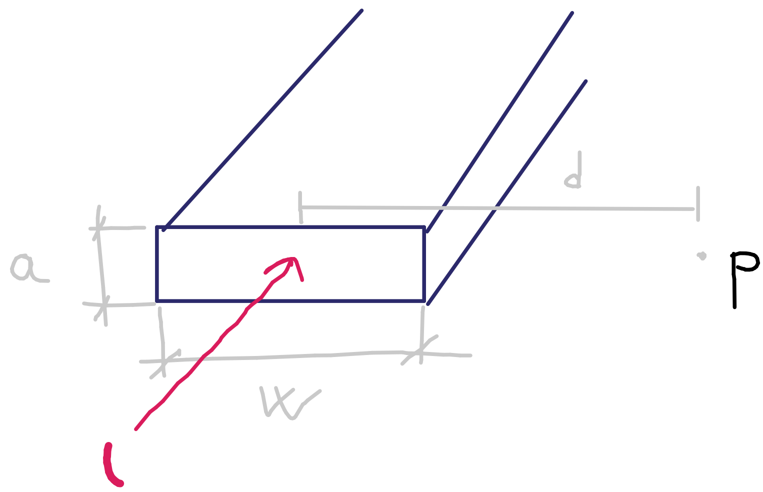
Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

ESERCIZIO 1

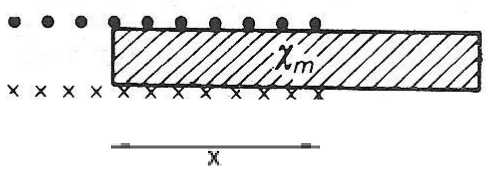


ESERCIZIO 2



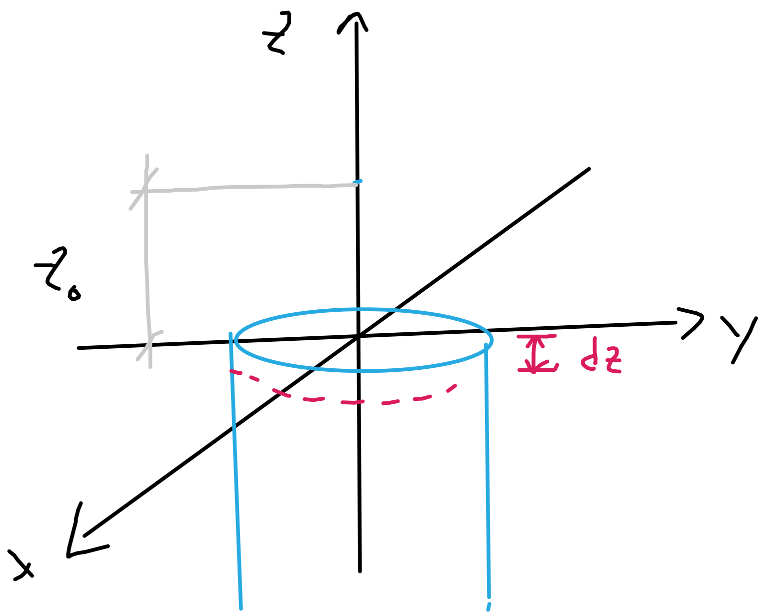


ESERCIZIO 3



Nome:Cognome:Matricola:

Ex 1



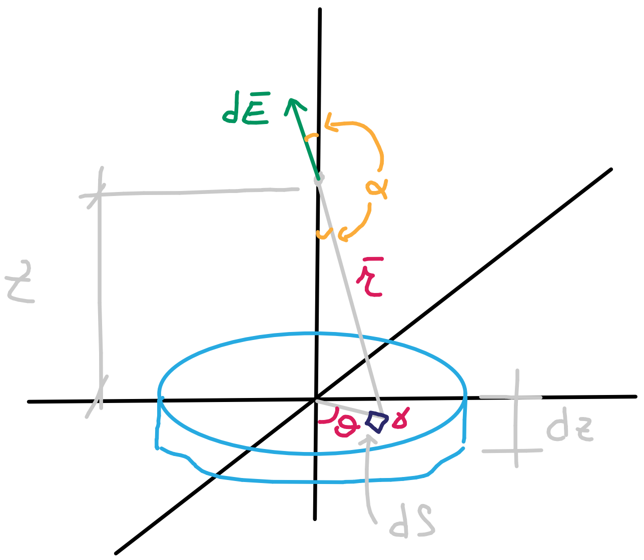
Considero un sottile disco di spessore infinitesimo dz e calcolo il contributo al campo $d\bar{E}$ dovuto al disco

r = RAGGIO $[0 - R]$

$$dS = r\,dr\,d\theta$$

$$dV = r\,dr\,d\theta\,dz$$

$$dq = \rho\,[r\,dr\,d\theta\,dz]$$



$$d\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{dq}{R^2}\,\hat{R}$$

CONTRIBUTO AL CAMPO DA PARTE DEL VOLUMETTO dV

Nome:Cognome:Matricola:

$r = \sqrt{\gamma^2 + z^2}$ OCCORRE INTEGRARE PER

$$\gamma = \phi \to R$$

$$\theta = \phi \to 2\pi$$

$$z = z_0 \to \infty$$

$$dE_z = d\bar{E}\,\hat{z} = dE\cos\alpha = dE\,\frac{z}{r}$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq\,z}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\,\gamma\,d\gamma\,d\theta\,dz\quad z}{(\gamma^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\theta \int_{z=z_0}^{\infty} z\,dz \underbrace{\int_{\gamma=\phi}^{\gamma=R}\frac{\gamma\,d\gamma}{(\gamma^2+z^2)^{3/2}}}_{\text{RISOLVO PRIMA}}$$

$$\int_{\gamma=0}^{R}\frac{\gamma\,d\gamma}{(\gamma^2+z^2)} = -\left[\frac{1}{\sqrt{\gamma^2+z^2}}\right]_{\gamma=0}^{R} = \left[\frac{1}{\sqrt{\gamma^2+z^2}}\right]_{R}^{0}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{z^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

Nome:Cognome:Matricola:

$$E_z = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} d\theta \int_{z=z_0}^{\infty} z\left[\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]dz$$

$$= \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} d\theta \underbrace{\int_{z_0}^{\infty}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]dz}_{\text{RISOLVO QUESTO}}$$

$$\int_{z_0}^{\infty}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)dz = \left[z - \sqrt{R^2+z^2}\right]_{z_0}^{\infty} = \left[z - z\sqrt{\frac{R^2}{z^2}+1}\right]_{z_0}^{\infty}$$

QUANDO $z \longrightarrow \infty$ $\quad \sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}} \simeq 1 + \frac{1}{2}\frac{R^2}{z^2}$

DA CUI PER $z \longrightarrow \infty$

$$\left[z - z\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}\right] \longrightarrow \left[z - z\left(1+\frac{1}{2}\frac{R^2}{z^2}\right)\right]$$

$$= \left[\cancel{z} - \cancel{z} - \frac{1}{2}\frac{R^2}{z}\right]$$

PER $z \to \infty$ $= \emptyset$

Nome:Cognome:Matricola:

$P = \quad z = z_0$ invece

$$\left[z - \sqrt{R^2 + z^2} \right] = z_0 - \sqrt{R^2 + z_0^2} \quad \text{da cui}$$

$$\int_{z_0}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) dz = -\left(z_0 - \sqrt{R^2 + z_0^2} \right)$$

$$= \sqrt{R^2 + z_0^2} - z_0$$

RITORNIAMO ALL'INTEGRALE

$$\frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{z_0}^{\infty} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] dz = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta \left(\sqrt{R^2 + z_0^2} - z_0 \right)$$

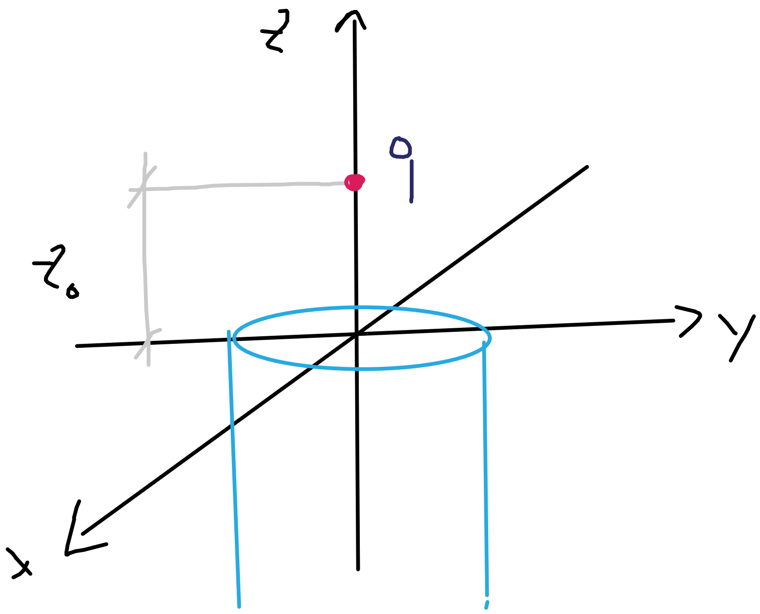
SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI

$$= \frac{\rho}{2\,\cancel{4\pi}\,\varepsilon_0} \cancel{2\pi} \left[\sqrt{R^2 + z_0^2} - z_0 \right]$$

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left[\sqrt{R^2 + z_0^2} - z_0 \right]$$

Nome:Cognome:Matricola:

II)



$$F_g = mg$$

$$F_E = qE(z_0)$$

$$F_g = F_E$$

$$F_g = \underbrace{q \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+z_0^2} - z_0\right]}_{E(z_0)}$$

III)

$$mg = q\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+z_0^2} - z_0\right]$$

$$m = \frac{q\rho}{2\varepsilon_0 g}\left[\sqrt{R^2+z_0^2} - z_0\right]$$

(IV) IN UN PIANO INFINITO IL CAMPO È DATO DA

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad \underbrace{qE}_{\text{FORZA ELETTROST PIANO}} = \underbrace{mg}_{\text{FORZA GRAVITAZIONALE}}$$

$$\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0} = mg \qquad \sigma = \frac{2\varepsilon_0 m g}{q}$$

$$\boxed{Ex\ 2}$$

$$i = \iint_{S'} \bar{J}\,\hat{n}\,dS$$

SE LA DENSITÀ È COSTANTE $\quad i = J S'$

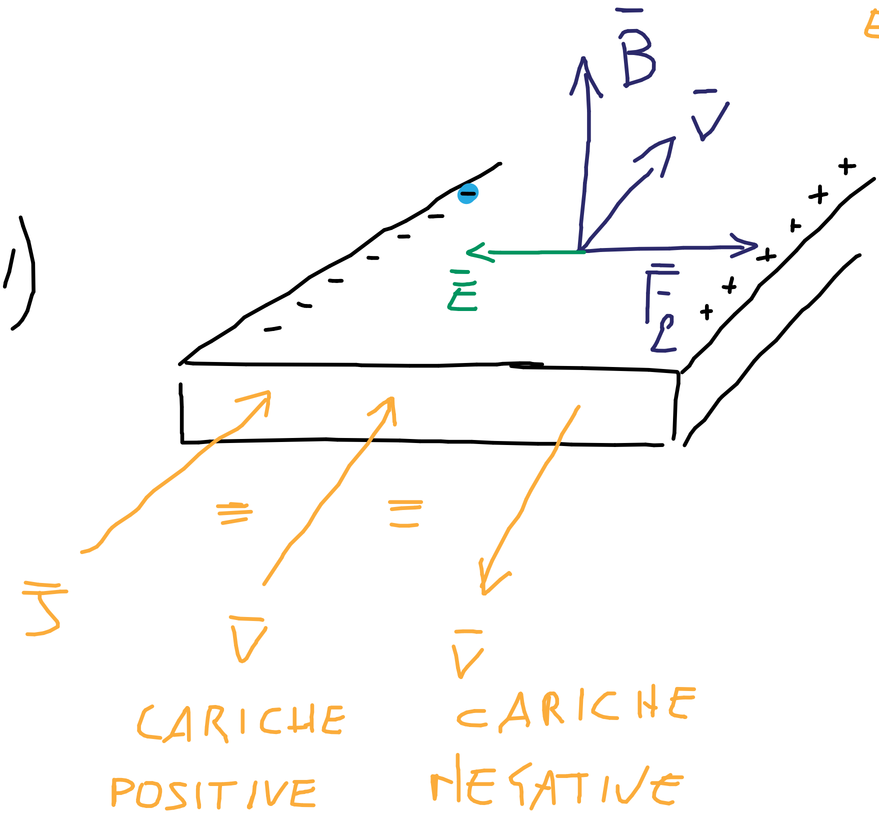
$$= J\,a\,x$$

$$J = \frac{i}{a\,w} = \frac{10^2}{2\times10^{-3}\;10^{-2}} = 5\times10^{-1}\;10^{2}\;10^{5} = 5\times10^{6}\ A/m^2$$

II) $|\bar{J}| = nqv \Rightarrow v = \frac{J}{nq} = \frac{J}{ne}$

CARICA ELEMENTARE

III)



$$F_l = (+e)\,\bar{v}\times\bar{B}$$

Come conseguenza della forza di Lorentz si accumulano elettroni a sinistra lasciando cariche positive a DESTRA. Si instaura quindi un campo elettrico E tale che

$$eE = evB \Rightarrow E = vB$$

Il campo E è diretto come in figura.

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

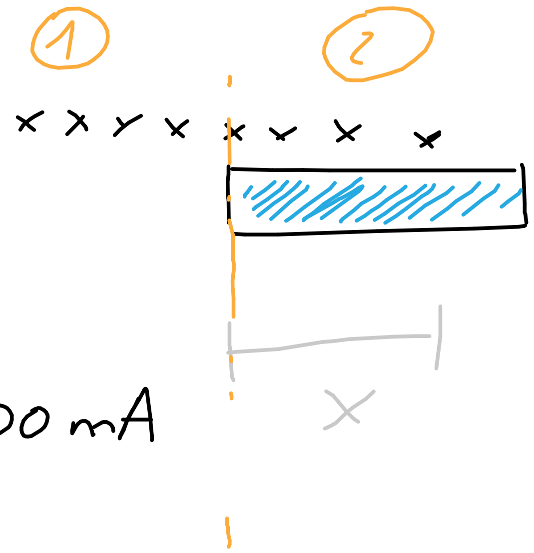
Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

iv) $V = \int \bar{E}\, d\bar{\ell} = v B w$

PERCHÉ $\bar{B}$ É UNIFORME

v) Se le cariche che si muovono fossero negative la differenza di potenziale ai capi le nastro sarebbe stata invertita.



Nucleo Ferromagnetico

$$\boxed{Ex\ 3}$$

$\mu_R = 300$

$S = 3\ cm^2$ $\quad i = 500\ mA$

$x = 10\ cm$

$L = 50\ cm$

Considero due solenoidi separati , uno avvolto in aria e l'altro con un nucleo ferromagnetico

1) (1) solenoide senza nucleo ferromagnetico di lunghezza L-x

$$B_{1} = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \cancel{0.5}\ 1500}{\cancel{0.5}}$$

$$= 4\ 3.14\ 1.5 \times 10^{-4}$$

$$= 1.88 \times 10^{-4}\ T$$

Nome:Cognome:Matricola:

Considero ora un solenoide dotato di nucleo ferromagnetico

$$B_2 = \mu_0 \mu_r \, i \, \frac{N}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \; 300 \; \cancel{0\,5} \; 1500}{\cancel{0\,5}} = 0\,565 \text{ T}$$

ii)

$$L_{tot} = L_1 + L_2 = \frac{\mu_0 S N_1^2}{(L-x)} + \frac{\mu_0 \mu_r S N_2^2}{x}$$

$$N_1 = \frac{N(L-x)}{L} \qquad N_2 = \frac{N x}{L}$$

$$L_{tot} = \mu_0 S \frac{N^2 (L-x)^{\cancel{2}}}{L^2 \cancel{(L-x)}} + \frac{\mu_0 \mu_r S N^2 x^{\cancel{2}}}{L^2 \cancel{x}} = \frac{\mu_0 S N^2}{L^2} \left((L-x) + \mu_r x \right)$$

Nome:Cognome:Matricola:

III) ENERGIA MAGNETICA

$$U_M = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L_{tot} i^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 S N^2}{L^2} \left((L - x) + \mu_r x \right) i^2$$

IV) $$F = + \frac{\partial U_M}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{\mu_0 S N^2}{L^2} \left((L-x) + \mu_r x \right) i^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 S N^2}{L^2} \left[-1 + \mu_r \right] i^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 S N^2}{L^2} \left(\mu_r - 1 \right) i^2$$

Se la forza è positiva vuol dire che il sistema evolve nella direzione in cui aumenta la coordinata x, ovvero la sbarretta tende ad entrare

Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Nome:Cognome:Matricola:

Nome:Cognome:Matricola:

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola:

università di ferrara

Fisica 2

Esame scritto del 17/09/2014

Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Nome:Cognome:Matricola: