

PROBLEMA 1

Un'automobile entra nell'autostrada A13 al casello di Ferrara nord con una velocità iniziale al tempo $t_0 = 0$ pari a $v_0 = 50$ Km/h. Nell'intervallo tra t_0 e $t_1 = 1$ min l'auto procede con moto uniformemente accelerato con accelerazione $a_{01} = 0.2$ m/s². Nell'intervallo tra t_1 e $t_2 = 3$ min procede di moto uniforme, per poi accelerare uniformemente nell'intervallo tra t_2 e $t_3 = 4$ min con accelerazione $a_{23} = 0.1$ m/s². Dal tempo t_3 in poi l'auto prosegue fino all'uscita con velocità costante v_f .

1. Calcolare v_f .
2. Sapendo che l'auto esce al casello di Rovigo sud, distante $d = 23$ Km da quello di Ferrara nord, si calcoli il tempo t_f , ovvero il tempo trascorso dall'auto in autostrada a partire dal suo ingresso.

Si noti che il problema è unidimensionale. Tutti i tempi sono misurati a partire dall'istante iniziale d'ingresso in autostrada, $t_0 = 0$.

Soluzione.

1. Nell'intervallo $[t_0, t_1]$ il moto è uniformemente accelerato con velocità iniziale v_0 , per cui detta v_1 la velocità dell'auto al tempo t_1 , questa vale

$$v_1 = v_0 + a_{01} (t_1 - t_0) = v_0 + a_{01} t_1 . \quad (1)$$

Nell'intervallo $[t_1, t_2]$ il moto è uniforme, pertanto la velocità durante tale tratto vale sempre v_1 . In particolare, detta v_2 la velocità al tempo t_2 , si ha $v_2 = v_1$. Infine nell'intervallo $[t_2, t_3]$ l'auto accelera nuovamente stavolta con accelerazione a_{23} , per cui detta $v_f = v_3$ la velocità al tempo t_3 , segue

$$v_f = v_3 = v_2 + a_{23} (t_3 - t_2) = v_0 + a_{01} t_1 + a_{23} (t_3 - t_2) = 31.89 \text{ m/s} = 114.8 \text{ Km/h} . \quad (2)$$

2. Per semplicità chiamiamo s_{01} , s_{12} ed s_{23} i tratti di strada percorsi dall'auto nei rispettivi intervalli di tempo $[t_0, t_1]$, $[t_1, t_2]$ e $[t_2, t_3]$. Nel primo caso, si ha semplicemente

$$s_{01} = v_0 (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} a_{01} (t_1 - t_0)^2 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_{01} t_1^2 = 1193 \text{ m} . \quad (3)$$

Nel secondo tratto, essendo un moto uniforme con velocità v_1 , si ha

$$s_{12} = v_1 (t_2 - t_1) = (v_0 + a_{01} t_1) (t_2 - t_1) = 3107 \text{ m} . \quad (4)$$

Nel tratto successivo il moto è nuovamente uniformemente accelerato, da cui segue

$$s_{23} = v_2 (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} a_{23} (t_3 - t_2)^2 = (v_0 + a_{01} t_1) (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} a_{23} (t_3 - t_2)^2 = 1733 \text{ m} . \quad (5)$$

L'ultimo tratto di strada viene percorso con velocità costante v_f nell'intervallo di tempo $[t_3, t_f]$. Per cui, t_f è ottenibile da

$$t_f = t_3 + \frac{d - (s_{01} + s_{12} + s_{23})}{v_f} = 772 \text{ s} = 12^{\text{min}} 52^{\text{s}} . \quad (6)$$

C.V.D.