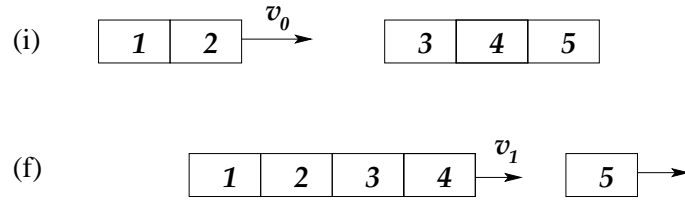


**PROBLEMA 1**

Lungo un binario rettilineo sono dati complessivamente 5 vagoni, ciascuno di massa incognita  $m$ . Inizialmente i vagoni 1-2 viaggiano agganciati con una velocità  $v_0 = 20$  Km/h, mentre i vagoni 3-4-5 sono agganciati e fermi (i). Dopo l'urto, i vagoni 1-2-3-4 viaggiano agganciati con una velocità incognita  $v_1$ , mentre il vagone 5 viaggia da solo con una velocità relativa agli altri 4 vagoni pari a  $v_r = 8$  Km/h (f).

1. Trovare  $v_1$ . Detta  $v_c$  la velocità del centro di massa dei 5 vagoni, calcolarne il valore prima e dopo l'urto. Esprimere i valori in Km/h.
2. Supponendo che dopo l'urto, a causa dell'attrito dinamico delle rotaie la velocità del vagone 5 si dimezzi in un tempo pari a  $t_d = 3$  minuti, si trovi il coefficiente di attrito dinamico delle stesse,  $f_d$ .

In entrambi i punti i vagoni strisciano sulle rotaie (nel primo caso senza attrito radente, nel secondo punto con attrito dinamico radente). Si trattino i vagoni come punti materiali.



**Soluzione.**

1. Durante l'urto si conserva la quantità di moto totale. Trattandosi di problema unidimensionale, scriviamo direttamente la proiezione lungo la direzione del moto,

$$2 m v_0 = 4 m v_1 + m v'_1 \quad (1)$$

dove  $v'_1$  indica la velocità assoluta del vagone 5 dopo l'urto. Per la composizione delle velocità, si ha

$$v'_1 = v_1 + v_r \quad (2)$$

Sostituendo la (2) nella (1)

$$2 m v_0 = 4 m v_1 + m (v_1 + v_r) \quad (3)$$

$$v_1 = \frac{2 v_0 - v_r}{5} = 6.4 \text{ Km/h} \quad (4)$$

La velocità del centro di massa  $v_c$  non cambia prima e dopo l'urto, proprio per la conservazione della quantità di moto totale del sistema dei 5 vagoni. In particolare, vale

$$v_c = \frac{2 m v_0}{5 m} = \frac{2}{5} v_0 = 8 \text{ Km/h} \quad (5)$$

2. Applicando la seconda legge della dinamica al vagone 5, poichè l'unica forza con componente orizzontale non nulla agente su di esso è la forza di attrito dinamico, segue

$$m a = -f_d m g \Rightarrow a = -f_d g \quad (6)$$

Trattandosi di un moto uniformemente decelerato, l'equazione che descrive la velocità del vagone a un generico istante  $t$  a partire dall'istante immediatamente seguente l'urto vale

$$v(t) = v'_1 + a t = v'_1 - f_d g t \quad (7)$$

dove  $v'_1$  è la velocità assoluta del vagone 5, facilmente ottenibile dalla (2)

$$v'_1 = v_1 + v_r = 14.4 \text{ Km/h} = 4.0 \text{ m/s} \quad (8)$$

Il dato del problema dice che al tempo  $t = t_d$  la velocità vale la metà di quella iniziale, ovvero  $v'_1/2$ . Imponendo tale condizione nella (7) si ottiene il valore di  $f_d$ :

$$\frac{v'_1}{2} = v'_1 - f_d g t_d \quad (9)$$

$$f_d = \frac{v'_1}{2 g t_d} = 0.0011 = 1.1 \times 10^{-3} \quad (10)$$

C.V.D.