

PROBLEMA 2

Una zattera di massa $m = 80$ Kg e simile a una sbarra omogenea di lunghezza $L = 5$ m si muove liberamente sulla superficie ghiacciata di un lago. La velocità del suo centro di massa vale $v_0 = 10$ Km/h e compie una rotazione attorno al proprio asse ogni 5 s.

1. Quanto vale l'energia cinetica della zattera, K ?
2. A un certo punto la zattera finisce a riva, il cui attrito è tale che la risultante delle forze agenti sulla zattera è una forza costante nel tempo di modulo F . Sapendo che la zattera arresta il proprio moto traslatorio in un tempo $t = 18$ s dal momento in cui finisce a riva, si calcoli F .

Prima che la zattera giunga a riva, di quali forze apparenti risentirebbe un uomo di massa $m_u = 70$ Kg fermo al centro della zattera? E se fosse a un'estremità? Calcolarne gli eventuali valori.

Soluzione.

1. La zattera trasla con una velocità v_0 e contemporaneamente ruota attorno al proprio asse con una velocità angolare $\omega = 2\pi/T = 1.256$ rad/s, essendo $T = 5$ s. Dal teorema di König segue

$$K = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m \left[v_0^2 + \frac{1}{12} (\omega L)^2 \right] = 440.2 \text{ J} \quad (1)$$

dove $I = 1/12 m L^2$ è il momento d'inerzia di una sbarra omogenea di massa m e lunghezza L rispetto al proprio asse centrale.

2. Dalla prima legge cardinale della dinamica, segue:

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (2)$$

dove \vec{a} indica l'accelerazione del centro di massa della zattera. Poichè \vec{F} è costante, tale è anche \vec{a} . Si tratta pertanto di un moto uniformemente decelerato, la cui equazione del moto vale

$$v(t) = v_0 - a t = v_0 - \frac{F}{m} t \quad (3)$$

dove abbiamo omissso i simboli di vettori trattandosi di un problema unidimensionale. Essendo noto il tempo di arresto $t = 18$ s, ovvero quando vale $v(t) = 0$, segue immediatamente

$$F = \frac{m v_0}{t} = 12.3 \text{ N} \quad (4)$$

Prima che la zattera giunga a riva, il moto del suo centro di massa è rettilineo uniforme, mentre la zattera continua a ruotare con velocità angolare costante. Un sistema di riferimento solidale alla zattera pertanto è un sistema di riferimento non inerziale, a causa della rotazione. L'unico termine non nullo è dato dall'accelerazione centrifuga, essendo quella di trascinamento nulla. La forza centrifuga vale pertanto

$$\vec{F}_c = -m_u \omega \times (\omega \times \vec{r}) \quad (5)$$

dove \vec{r} è il vettore posizione dell'uomo relativo al centro della zattera. Nel caso dell'uomo posto al centro, vale $\vec{r} = 0$ e quindi l'uomo non risente di alcuna forza apparente. Se invece l'uomo è posto all'estremità, allora vale $r = L/2$ e la forza centrifuga è diretta radialmente a uscire e vale in modulo

$$F_c = m_u \omega^2 \frac{L}{2} = 276.3 \text{ N} \quad (6)$$

In nessun caso entra in gioco la forza di Coriolis, essendo l'uomo fermo rispetto alla zattera.