

PROBLEMA 2

Su un piano orizzontale un sasso di massa incognita m legato a una fune di lunghezza incognita R si muove di moto circolare uniforme attorno al punto fisso O con velocità in modulo $v_0 = 72 \text{ Km/h}$. La tensione della fune τ è uguale al doppio della forza peso del sasso. Determinare:

1. la lunghezza della fune, R , e la frequenza di rotazione f_0 in Hz.
2. Supponendo che il piano abbia un coefficiente di attrito dinamico $f_d = 0.04$, trovare la velocità finale v_f del sasso dopo aver compiuto 3 giri.

Si usi $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Per il punto 1. si trascuri ogni forma di attrito.

Soluzione.

1. Dai dati del problema sappiamo che vale $\tau = 2mg$. Poichè il sasso si muove di moto circolare uniforme, l'accelerazione a cui è soggetto vale

$$a = \frac{v_0^2}{R} \quad (1)$$

Poichè l'unica forza orizzontale agente sul sasso è la tensione τ diretta verso il centro O , dalla seconda legge della dinamica segue:

$$\tau = m a = m \frac{v_0^2}{R} \quad (2)$$

da cui segue:

$$R = m \frac{v_0^2}{\tau} = \frac{v_0^2}{2g} = 20.39 \text{ m} \quad (3)$$

La frequenza di rotazione è uguale all'inverso del periodo T :

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{v_0}{2\pi R} = \frac{g}{\pi v_0} = 0.156 \text{ Hz} \quad (4)$$

dove abbiamo sfruttato il risultato precedente della (3).

2. A causa dell'attrito, l'energia cinetica non si conserva (il termine potenziale non entra in gioco). In particolare, la variazione di energia cinetica è uguale al lavoro dissipativo (negativo) della forza d'attrito:

$$\Delta K = \mathcal{L}_a = -3 (2\pi R) (f_d m g) \quad (5)$$

ovvero

$$\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) = -3 (2\pi R) (f_d m g) \quad (6)$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - 12\pi R f_d g} \quad (7)$$

e usando ancora la (3) si ottiene:

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - 6\pi v_0^2 f_d} = v_0 \sqrt{1 - 6\pi f_d} = 35.71 \text{ Km/h} = 9.92 \text{ m/s} \quad (8)$$

C.V.D.