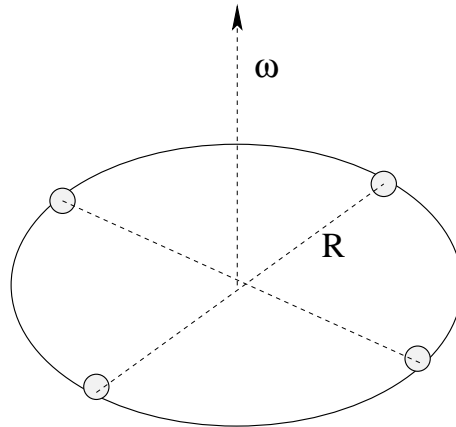


PROBLEMA 3B (AA PRECEDENTI)

Una giostra è costituita da una piattaforma circolare, assimilabile a un disco omogeneo di massa $M = 500$ Kg e raggio $R = 3$ m. Sopra di essa ci sono quattro bambini, ciascuno di massa $m = 50$ Kg, disposti sul bordo della piattaforma, a formare i vertici di un quadrato. La giostra inizialmente ruota con velocità angolare costante attorno al proprio asse con un periodo $T_0 = 5$ s.

1. Si trovi l'energia cinetica iniziale della giostra+bambini, K_0 .
2. A un certo punto due bambini saltano giù dalla giostra con un balzo, atterrando da fermi rispetto al terreno (privo di attrito). Si calcoli il periodo finale di rotazione T_f .

Si supponga che la giostra ruoti per inerzia a motori spenti e che gli attriti siano trascurabili. Si trattino i bambini come punti materiali.



Soluzione.

1. Detto I_0 il momento d'inerzia totale iniziale, vale:

$$I_0 = I_c + 4 m R^2 = \frac{1}{2} M R^2 + 4 m R^2 = \left(\frac{M}{2} + 4 m \right) R^2 \quad (1)$$

dove il primo termine è quello dovuto al disco, I_c , valutato rispetto al suo asse centrale, mentre il secondo è la somma dei 4 termini dovuti a ciascun bambino. L'energia cinetica totale iniziale vale:

$$K_0 = \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 = \left(\frac{M}{4} + 2 m \right) (\omega_0 R)^2 = 3198 \text{ J} \quad (2)$$

dove si è usato $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 1.26$ rad/s.

2. Quando due bambini saltano giù esercitano una forza interna sul pavimento della giostra. In quanto forze interne, il sistema giostra+4 bambini conserva il proprio momento angolare totale. Poichè i due bambini atterrati non contribuiscono più al momento angolare totale, essendo fermi rispetto al terreno (e non per forze d'attrito col terreno, che non esistono come specificato nel testo del problema, altrimenti queste, in quanto forze esterne, altererebbero il momento angolare totale), segue che il momento angolare finale è dato soltanto dalla giostra e i due bambini rimastivi sopra. Detto I_f il loro momento d'inerzia, vale:

$$I_f = I_c + 2 m R^2 = \left(\frac{M}{2} + 2 m \right) R^2 \quad (3)$$

La conservazione del momento angolare diventa:

$$I_0 \omega_0 = I_f \omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{I_0}{I_f} \omega_0 = \frac{M/m + 8}{M/m + 4} \omega_0 = \frac{9}{7} \omega_0 \quad (4)$$

Da cui segue:

$$T_f = \frac{\omega_0}{\omega_f} T_0 = \frac{7}{9} T_0 = 3.89 \text{ s} \quad (5)$$