

Problema 06

Due amici A e B sono all'interno di un palazzo di altezza $H = 50$ m. In particolare, A si trova sul tetto, mentre B si trova ad un piano ad altezza h incognita dal terreno. Muniti di un sasso e di un solo cronometro, decidono di misurare l'altezza h attraverso il seguente esperimento: l'amico A lascia cadere il sasso dal tetto e B azionerà il cronometro nell'istante in cui vedrà il sasso passargli davanti alla sua finestra e lo fermerà quando il sasso giungerà a terra (si trascuri il tempo impiegato dal suono per coprire la distanza h). Detto $t_c = 1.5$ s il tempo misurato da B, si calcoli il valore di h . (Si usi $g = 9.81$ m/s²).

Soluzione.

Sia Oxz un sistema di riferimento cartesiano con direzione verticale lungo l'asse z . Sia $z(t)$ l'altezza del sasso al tempo t ; al tempo $t = 0$ s il sasso passa davanti alla finestra di B. Sia v_0 la velocità di caduta del sasso al tempo $t = 0$ s; poiché il sasso in quell'istante avrà percorso un dislivello in altezza pari a $(H - h)$, la sua velocità sarà: $v_0 = \sqrt{2g(H - h)}$. Quindi vale:

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0t + h = -\frac{1}{2}gt^2 - \sqrt{2g(H - h)}t + h$$

Al tempo t_c il sasso tocca il suolo, quindi vale:

$$-\frac{1}{2}gt_c^2 - \sqrt{2g(H - h)}t_c + h = 0$$

Ora è possibile risolvere l'equazione di sopra in funzione di h :

$$\sqrt{2g(H - h)}t_c = h - \frac{1}{2}gt_c^2$$

$$2g(H - h)t_c^2 = h^2 - gt_c^2h + \frac{1}{4}g^2t_c^4$$

$$h^2 + gt_c^2h + gt_c^2\left(\frac{1}{4}gt_c^2 - 2H\right) = 0$$

$$h = \frac{-gt_c^2 \pm \sqrt{(gt_c^2)^2 - gt_c^2(gt_c^2 - 8H)}}{2} = \frac{-gt_c^2 \pm \sqrt{8Hg t_c^2}}{2}$$

Soltanto la soluzione positiva ha senso fisico, pertanto l'altezza h vale:

$$h = -\frac{1}{2}gt_c^2 + \sqrt{2Hg t_c^2} \simeq 35.9 \text{ m}$$

C.V.D.