

Problema 07

[BDAF - 5]. Due uomini partono contemporaneamente da un punto O in due direzioni diverse e percorrono in linea retta un egual cammino h . Calcolare l'angolo tra le due direzioni:

1. nel caso che la somma vettoriale degli spostamenti abbia modulo h ;
2. nel caso che la differenza vettoriale abbia modulo h ;
3. nel caso che la somma e la differenza vettoriale abbiano egual modulo.

Soluzione.

Dal teorema di Carnot, valgono le seguenti relazioni:

$$|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = a^2 + b^2 \pm 2 a b \cos \theta$$

$$\begin{aligned} 1. \quad |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= a^2 + b^2 + 2 a b \cos \theta = 2 h^2 + 2 h^2 \cos \theta \\ 2 h^2 + 2 h^2 \cos \theta &= h^2 \\ 1 + \cos \theta &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{2}{3}\pi$$

$$\begin{aligned} 2. \quad |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= a^2 + b^2 - 2 a b \cos \theta = 2 h^2 - 2 h^2 \cos \theta \\ 2 h^2 - 2 h^2 \cos \theta &= h^2 \\ 1 - \cos \theta &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$

(triangolo equilatero).

$$\begin{aligned} 3. \quad 2 h^2 - 2 h^2 \cos \theta &= 2 h^2 + 2 h^2 \cos \theta \\ \cos \theta &= 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

(quadrato).

C.V.D.