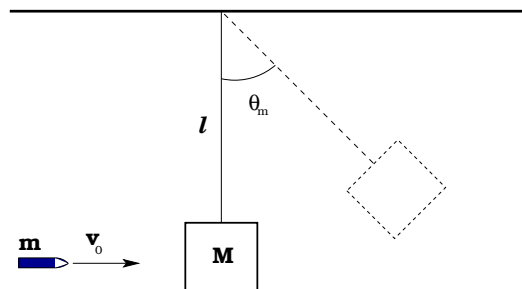


Problema 02

[PENDOLO BALISTICO]. Un bersaglio di massa $M = 1 \text{ Kg}$ é appeso ad un filo inestensibile di massa trascurabile di lunghezza $l = 1 \text{ m}$, inizialmente in quiete in posizione verticale. Un proiettile di massa $m = 20 \text{ g}$ viene sparato orizzontalmente contro il bersaglio con una velocità v_0 e vi si conficca. Sapendo che l'angolo massimo che il filo descrive con la verticale vale $\theta_m = 45^\circ$, si chiede di calcolare i seguenti:

1. v_0 ;
2. la variazione di energia cinetica ΔT tra subito prima e dopo l'urto;
3. la velocità del centro di massa del sistema proiettile+bersaglio subito prima e dopo l'urto.

Soluzione.



1. Dalla conservazione della quantità di moto totale (nessuna forza esterna agisce orizzontalmente immediatamente prima e dopo l'urto), detta v la velocità del sistema proiettile+bersaglio subito dopo l'urto, segue:

$$m v_0 = (m + M) v \Rightarrow v_0 = \left(1 + \frac{M}{m}\right) v$$

a questo punto applichiamo la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} (m + M) v^2 = (m + M) g l (1 - \cos \theta_m)$$

$$v^2 = 2 g l (1 - \cos \theta_m)$$

$$v_0 = \left(1 + \frac{M}{m}\right) \sqrt{2 g l (1 - \cos \theta_m)} = 51 \sqrt{g l (2 - \sqrt{2})} \simeq 122.26 \text{ m/s}$$

2. Sia ΔT la variazione di energia cinetica subito prima e dopo l'urto:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{1}{2} (m + M) v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} (m + M) \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \\ &= \frac{1}{2} m v_0^2 \left(\frac{m}{m+M} - 1\right) = -\frac{1}{2} \frac{m M}{m+M} v_0^2 = -\frac{1}{2} \mu v_0^2 \\ &= -\frac{51^2}{2} \mu g l (2 - \sqrt{2}) \simeq -146.6 \text{ J} \end{aligned}$$

Con μ si é intesa la massa ridotta delle due masse m e M .

3. Detta P la quantità di moto totale orizzontale, subito prima e dopo l'urto, vale:
 $P = (m + M) v_C$, dove v_C é la velocità del centro di massa del sistema
 proiettile+bersaglio:

$$P = m v_0 = (m + M) v_C$$

$$v_C = \frac{m}{m+M} v_0 = \frac{m}{m+M} \frac{m+M}{m} \sqrt{2 g l (1 - \cos \theta_m)}$$

$$v_C = \sqrt{g l (2 - \sqrt{2})} \simeq 2.4 \text{ m/s}$$

Durante l'urto non intervengono forze esterne orizzontali tali da modificare apprezzabilmente la componente orizzontale della quantità di moto totale, pertanto v_C é la stessa subito prima e dopo l'urto.

C.V.D.