

Componenti combinatori speciali

M. Favalli

Engineering Department in Ferrara



Sommario

- 1 Decoder
- 2 Multiplexer

Componenti speciali

- Si é descritto un approccio top-down al progetto di reti combinatorie
- Alcune funzioni sono di utilizzo talmente comune da essere state inserite in librerie di progetto utilizzabili in maniera bottom-up
- Vedremo alcuni fra i piú rilevanti di questi componenti

Sommario

- 1 Decoder
- 2 Multiplexer

Decoder

Componente con n ingressi $\{x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0\}$ e 2^n uscite $\{y_{2^n-1}, y_{2^n-2}, \dots, y_0\}$

Si ha $y_k = 1$ se $k = \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i$ e 0 altrimenti

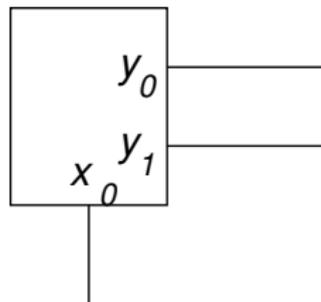
Quindi viene prodotto in uscita un codice del tipo 1-out-of- n

Decoder

1 e 2 ingressi

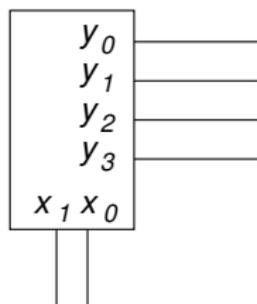
$n = 1$

x_0	y_1	y_0	Equazioni
0	0	1	$y_0 = x_0'$
1	1	0	$y_1 = x_0$



$n = 2$

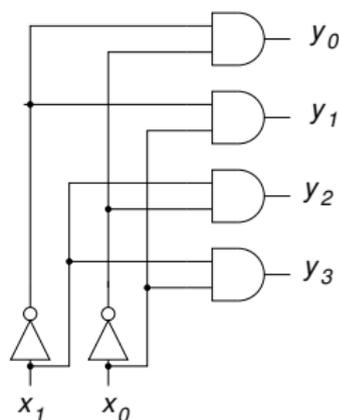
x_1, x_0	y_3	y_2	y_1	y_0	Equazioni
00	0	0	0	1	$y_0 = x_1' x_0'$
01	0	0	1	0	$y_1 = x_1' x_0$
10	0	1	0	0	$y_2 = x_1 x_0'$
11	1	0	0	0	$y_3 = x_1 x_0$



Struttura a livello gate

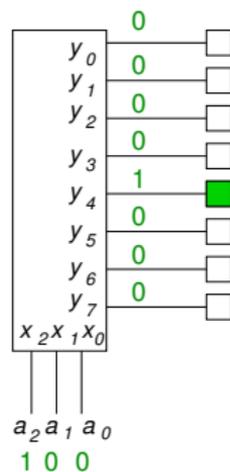
Il costo di un decoder non é trascurabile: $I = n2^n$

Si vedranno in seguito alcuni accorgimenti per ridurlo



Applicazioni

I decoder sono utilizzati per produrre sulla base del valore di x un segnale di abilitazione per uno di 2^n oggetti diversi (ad esempio celle di memoria)
 In questi casi x assume il significato di un indirizzo

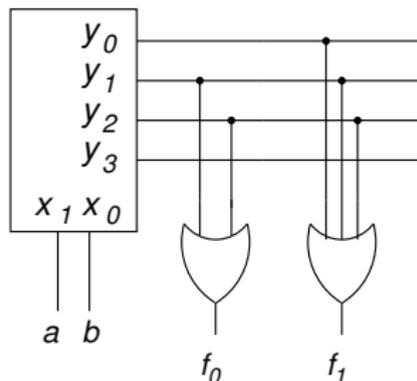


Sintesi di forme canoniche SP mediante decoder

- Un decoder mette a disposizione tutti i possibili termini prodotto corrispondenti alle configurazioni di $\{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\}$
- Lo si può quindi utilizzare per realizzare la forma canonica SP qualsiasi funzione f_i di n variabili
- Questo può essere fatto semplicemente connettendo a una porta logica OR le uscite del decoder corrispondenti a mintermini di f_i

Sintesi di forme canoniche SP mediante decoder: esempi

Esempio: $f_0 = ab' + a'b$ e $f_1 = (ab)' = a'b' + ab' + a'b$



Sintesi di forme canoniche SP mediante decoder: ROM

- La memoria a sola lettura può essere vista come modello computazionale di una rete combinatoria
 - data $f : \{0, 1\}^n \Rightarrow \{0, 1\}^m$, si possono interpretare gli ingressi come indirizzi di una memoria che contiene parole di dimensione m
 - per una configurazione i degli ingressi, la configurazione delle uscite $[f_0(i), f_1(i), \dots, f_{m-1}(i)]$ può essere interpretata come $mem[i]$
- Le memorie ROM (Read Only Memory) sono realizzate (dal punto di vista logico) proprio con la sintesi di forme canoniche SP mediante decoder

Decoder con segnale di abilitazione

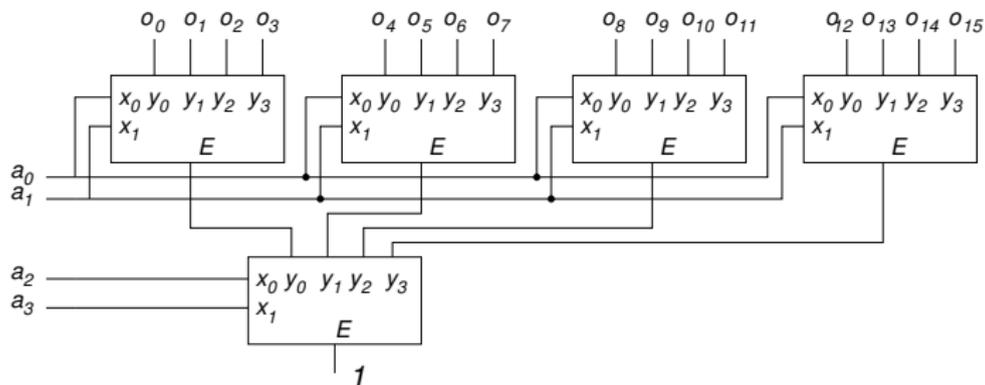
- Un segnale di *enable* (en) può essere messo in prodotto logico con ciascuna uscita
- Esempio ($n = 2$):
$$y_0 = x_1'x_0'en, \quad y_1 = x_1'x_0en, \quad y_2 = x_1x_0'en, \quad y_3 = x_1x_0en$$
- Consente di mettere tutte le uscite a 0
- Consente la connessione gerarchica di più decoder con un numero di ingressi minore di n per formare un unico decoder a n ingressi

Decodifica multilivello

- Consideriamo per semplicitá il caso a 2 livelli e si supponga che siano disponibili decoder con k e j ingressi ($k + j = n$)
- Il decoder puó essere formato con:
 - un decoder a k ingressi le cui uscite forniscono i segnali di enable a 2^k decoder a j ingressi
 - il primo decoder riceve in ingresso i primi k ingressi e i secondi i rimanenti $n - k = j$
 - costo $l = (k + 1)2^k + 2^k(j + 1)2^j = 2^k(k + 1 + (j + 1)2^k)$
 - puó anche mettere al primo livello un decoder da j ingressi e 2^j decoder a k ingressi al secondo livello

Decodifica multilivello

Esempio: $n = 4$, $k = j = 2$



Il costo di questa realizzazione é pari a $l = 12 + 4 * 12 = 60$, il costo di un singolo decoder a 4 ingressi é $l = 64$

Esercizi

- 1 Estensione a 3 livelli: si realizzi un decoder a 5 ingressi disponendo di decoder a 2 e a 1 ingresso
- 2 Si realizzi un decoder a 5 ingressi disponendo di decoder a 2 e a 3 ingressi, si confronti il costo delle due alternative possibili

Sommario

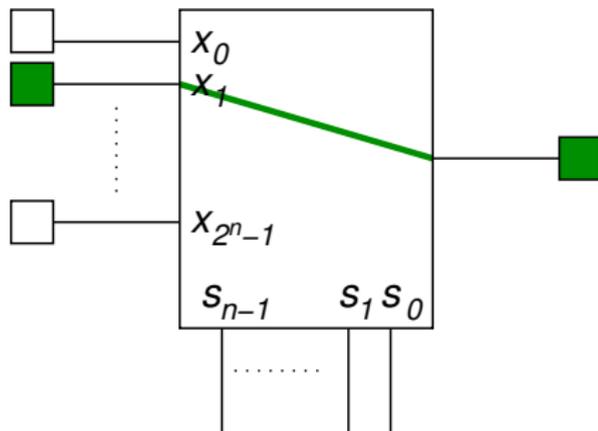
- 1 Decoder
- 2 Multiplexer

Multiplexer

- Il multiplexer é un componente che ha $2^n + n$ ingressi partizionati fra:
 - ingressi dati $\{x_0, x_1, \dots, x_{2^n-1}\}$
 - ingressi di selezione $\{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\}$
- L'uscita é data da $y = x_i \mid i = \sum_{j=0}^{n-1} s_j 2^j$ che tradotto in un'espressione booleana $y = \sum_{i=0}^{2^n-1} p_i x_i$ (ove p_i é il termine prodotto corrispondente alla configurazione i)

Il multiplexer come blocco di selezione

Il multiplexer può essere visto come un componente che riporta in uscita il valore dell'ingresso dati selezionato dagli ingressi di selezione



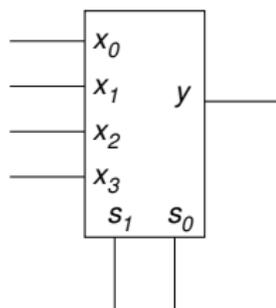
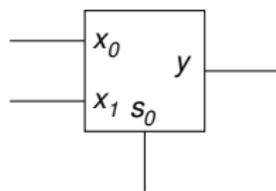
Esempi

 $n = 1$ e $n = 2$ $n = 1$

$$y = x_0 s'_0 + x_1 s_0$$

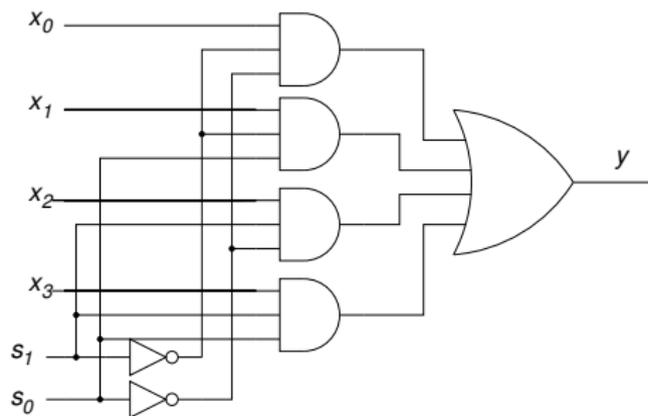
 $n = 2$

$$y = x_0 s'_1 s'_0 + x_1 s'_1 s_0 + x_2 s_1 s'_0 + x_3 s_1 s_0$$

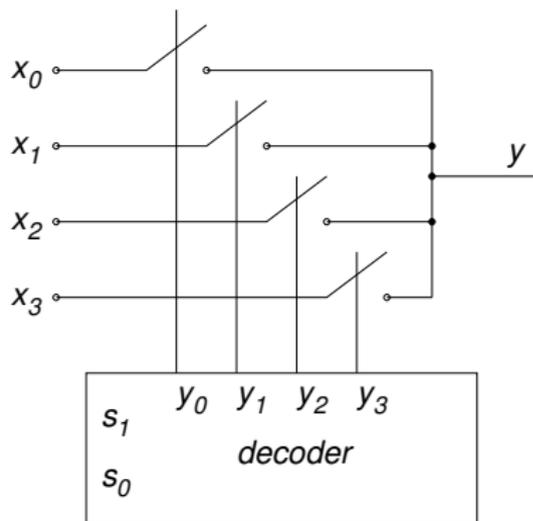


Realizzazioni al livello gate e al livello switch

Gate



Switch



Il ruolo del MPX nella sintesi

- Si ricorda come l'applicazione iterata del teorema di espansione di Shannon porti a un'espressione del tipo:

$$f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = \sum_{i=0}^{2^n-1} p_i f(i)$$

ove p_i è il termine prodotto di n variabili corrispondente alla configurazione i

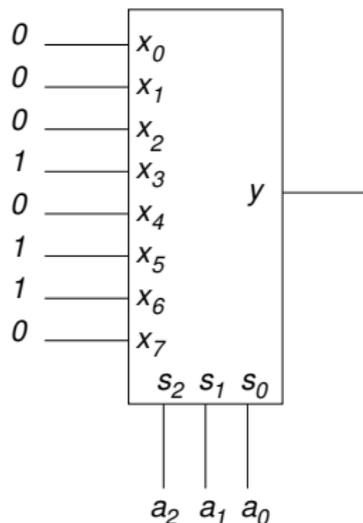
- f può essere implementata con un MPX in cui gli ingressi di selezione sono connessi ai segnali (a_i) corrispondenti alle variabili della funzione e gli ingressi dati sono connessi ai valori dei discriminanti della funzione $f(i)$
- Il MPX è quindi in grado di realizzare una qualsiasi funzione di n variabili

Esempio

Si realizzi con un MPX una funzione che riconosce le parole del codice 2 su 3 portando a 1 la sua uscita

Tabella di verità

i	$a_2 a_1 a_0$	f
0	000	0
1	001	0
2	010	0
3	011	1
4	100	0
5	101	1
6	110	1
7	111	0



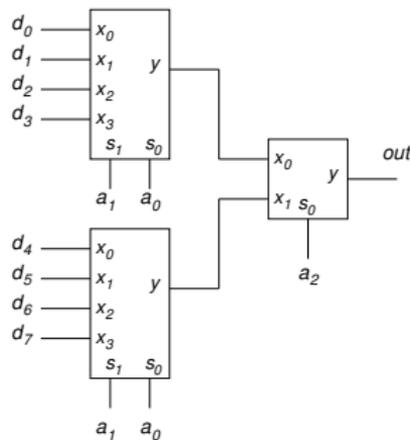
Realizzazione gerarchica di multiplexer

- È possibile realizzare MPX con n bit di selezione (a_{n-1}, \dots, a_0) e 2^n ingressi dati (d_0, \dots, d_{2^n-1}) utilizzando MPX con un numero di bit di selezione $k < n$
- Supponiamo di disporre di MPX a k e j ingressi di selezione ($k + j = n$)
- Si può realizzare un MPX a due livelli nel seguente modo:
 - si dispone un primo livello di 2^k MPX a j bit di selezione ciascuno
 - agli ingressi dati di questi MPX si connettono ordinatamente i 2^n ingressi dati ($2^k 2^j = 2^{k+j} = 2^n$)
 - i j bit di minor peso degli ingressi di selezione (a_{j-1}, \dots, a_0) vanno invece connessi agli ingressi di selezione di tali MPX
 - Le uscite di tali MPX vengono connesse ai 2^k ingressi dati del MPX che realizza l'uscita i cui bit di selezione sono connessi ordinatamente ai rimanenti k bit di selezione (a_{n-1}, \dots, a_j)

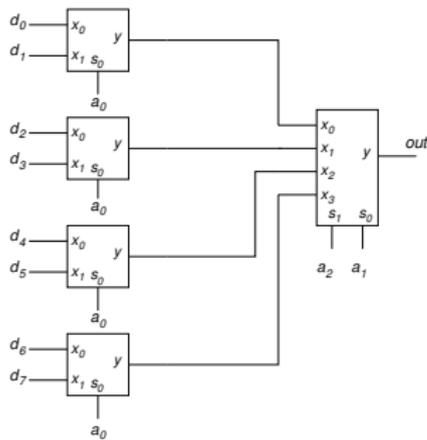
Esempio

Si realizzi un MPX a 8 ingressi dati e 3 bit di selezione disponendo di MPX a 2 ingressi dati e 1 bit di selezione e di MPX a 4 ingressi dati e 2 bit di selezione

$$j = 2 \quad k = 1$$

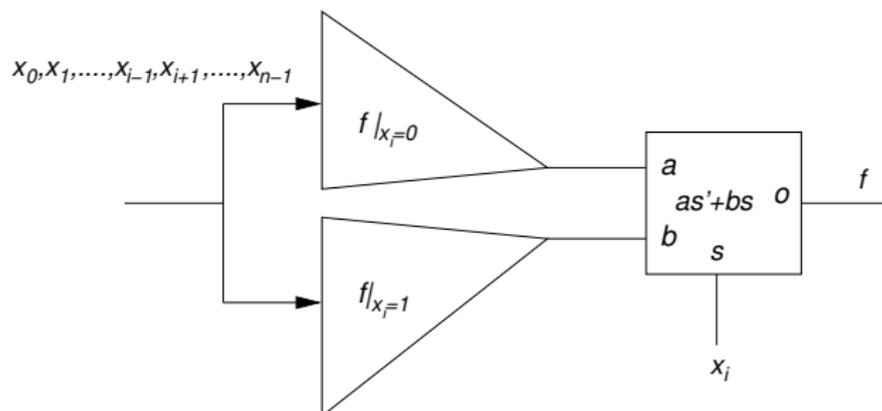


$$j = 1 \quad k = 2$$



Sintesi di reti multilivello con MPX a 2 vie

- Similitudine fra l'equazione $f(\dots, x_i, \dots) = x_i'f|_{x_i=0} + x_i f|_{x_i=1}$ del teorema di espansione di Shannon e quella di un MPX a due vie



- L'applicazione iterativa di questo teorema dà luogo a un albero binario le cui foglie sono i valori della funzione per le diverse configurazioni di ingresso \Rightarrow struttura complessa

Sintesi di reti multilivello con MPX a due vie

- Tale struttura ad albero può essere semplificata:
 - evitando di duplicare sottoalberi che realizzano la stessa funzione
 - rimuovendo i nodi che hanno i due "figli" (cofattori) uguali
- Si supponga di avere: $f(0, 1, c) = f(1, 0, c)$ e $(f(0, 0, 0) = f(0, 0, 1))$

Diagramma binario

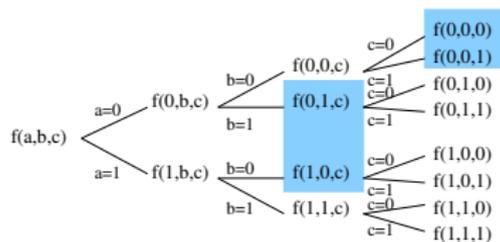
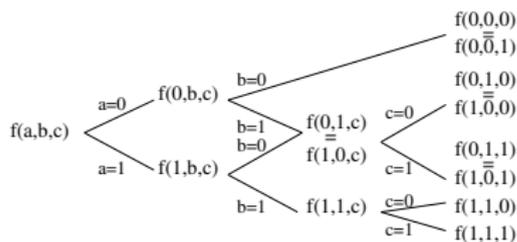
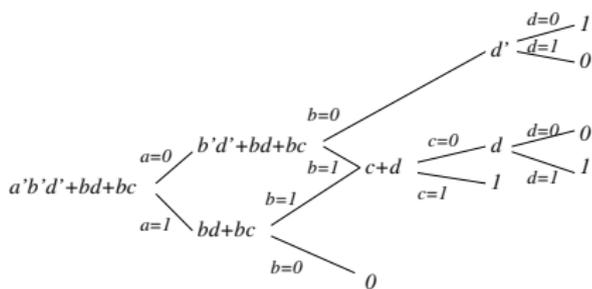
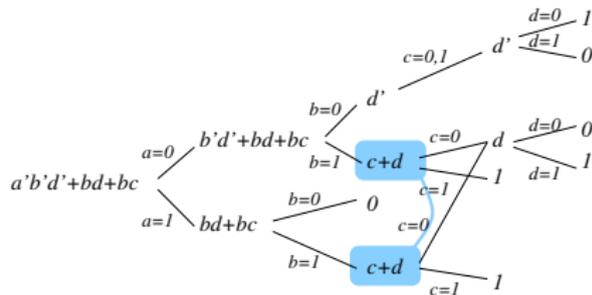
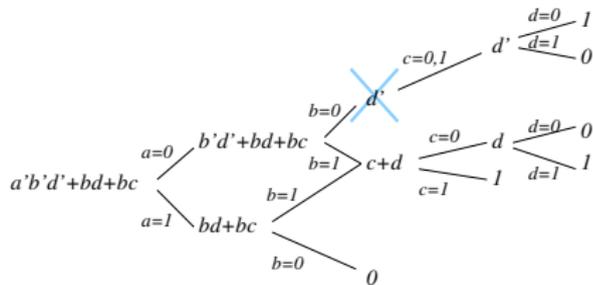
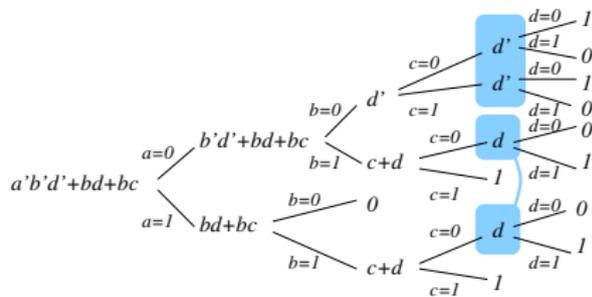


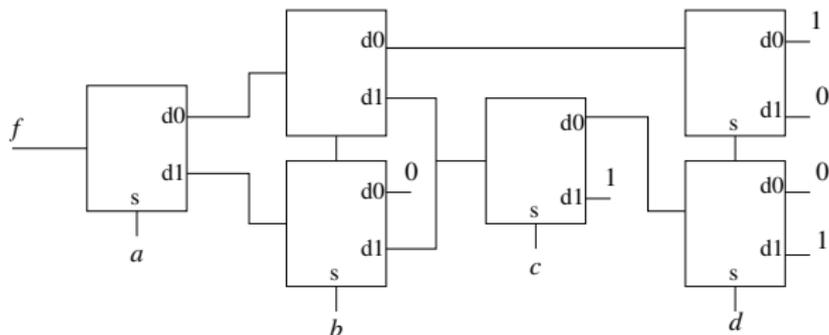
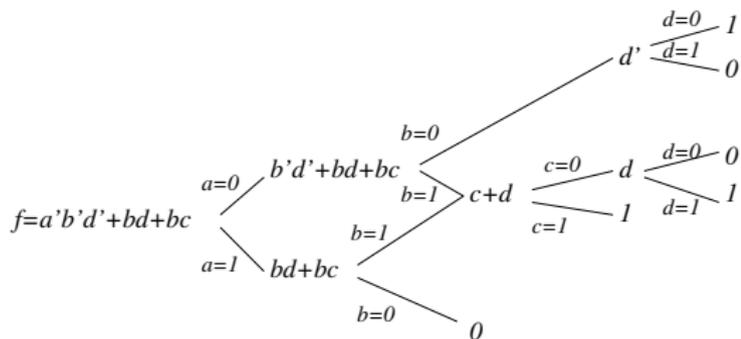
Diagramma ridotto



Esempio-1



Esempio-II



Note

- Si possono ottenere reti di complessità diversa seguendo ordini diversi nell'espansione
- La sintesi di reti multilivello in tecnologia CMOS sfrutta la compattezza dei MPX switch-level
- La struttura dati cui sono state applicate le procedure di riduzione si chiama ROBDD (Reduced Ordered Binary Decision Diagram)