# Metodi di soluzione delle tabelle di copertura

### M. Favalli

Engineering Department in Ferrara



(ENDIF)

Reti logiche 1/13

Metodo di Petrick

Metodo di Petrick

### **Sommario**

Metodo di Petrick



- Tramite il calcolo delle proposizioni trasforma il problema di copertura in un problema algebrico che descrive le seguenti proposizioni:
  - o si devono coprire tutti i mintermini
  - 2 ogni mintermine puó essere coperto a uno o piú implicanti
- La prima condizione si trasforma in una congiunzione logica, mentre la seconda in una disgiunzione dando cosí luogo a un espressione di tipo PS che descrive tutte le possibili coperture

### Metodo di Petrick

- Sia  $\mathcal{P}$  l'insieme di tutti (k) gli implicanti primi (calcolabile con Quine-McCluskey)
- Sia  $\mathcal{P}_j$  l'insieme di  $k_j$  implicanti primi che copre il mintermine  $m_j$  (deducibile dalla tabella di copertura)
- L'idea base del metodo é di associare una variabile  $S_i \in \{0, 1\}$  a ciascun implicante primo  $P_i$

 $S_i = 1$  se  $P_i$  viene utilizzato in una copertura

 $S_i = 0$  altrimenti

(ENDIF)

Reti logiche 5 / 1

Metodo di Petrick

### Coperture

- L'espressione puó essere semplificata con le proprietá dell'algebra di commutazione (S(S+Q)=S)
- Si nota che gli implicanti primi essenziali corrispondono a termini somma di un solo letterale
- Eseguendo i prodotti (usando anche la proprietá (S+P)(S+Q)=S+PQ), si ottiene un espressione SP in cui ciascun termine prodotto corrisponde a una possibile copertura
- Si fornati al problema di partenza? In realtá no, perché nell'espressione non compaiono letterali (S) negati e quindi non sono possibili espansioni

## Condizione di copertura

- Sia  $c(m_i)$  una funzione che vale 1 se  $m_i$  é coperto e 0 altrimenti
- La condizione di copertura é quindi data da:

$$\gamma = c(m_0)c(m_1)....c(m_k) = 1$$

•  $c(m_j)$  puó essere espresso specificando che  $m_j$  sia coperto da almeno un implicante

$$c(m_j) = \sum_{\forall i \in \mathcal{P}_i} S_i$$

• Quindi  $\gamma$  é un espressione PS

Reti logiche 6 / 13

riogicne 67 i

Metodo di Petrick

## Coperture cicliche

- Il metodi visti non tengono in conto del numero di letterali, ma solo della cardinalitá dell'insieme di implicanti
- Rispetto al numero di implicanti la soluzione ottenuta é minima indipendentemente dall'ordine con cui sono applicate le proprietá di essenzialitá e dominanza sono applicate
- Nel caso di coperture "cicliche" non sono in grado di decidere quali implicanti utilizzare perché nella tabella non si hanno né relazioni essenzialitá, né relazioni di dominanza

### Metodo di Petrick

### Esempio

Si consideri di nuovo la funzione

 $f(a, b, c, d) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13\}$  per la quale sono stati calcolati implicanti primi e nella tabella di copertura a ogni implicante é associato il costo come numero di letterali

Metodo di Petrick

(ENDIF)

(ENDIF)

Esempio

$$c(1) = S_2 + S_3$$
  $c(2) = S_4 + S_5$   $c(3) = S_3 + S_4$   
 $c(4) = S_1 + S_6$   $c(5) = S_1 + S_2$   $c(6) = S_5 + S_6$   
 $c(8) = S_0$   $c(9) = S_0 + S_2$   $c(12) = S_0 + S_1$   
 $c(13) = S_0 + S_1 + S_2$ 

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ □ り<0</p>

Metodo di Petrick

Esempio

 $\gamma = (S_2 + S_3)(S_4 + S_5)(S_3 + S_4)(S_1 + S_6)(S_1 + S_2)(S_5 + S_6)$  $S_0(S_0 + S_2)(S_0 + S_1)(S_0 + S_1 + S_2)$  $= (S_2 + S_3)(S_4 + S_5)(S_3 + S_4)(S_1 + S_6)(S_1 + S_2)(S_5 + S_6)S_0$  $= S_0S_1S_2S_4S_5 + S_0S_2S_4S_6 + S_0S_1S_3S_4S_6 +$  $+S_0S_1S_3S_5 + S_0S_3S_5S_6$ 

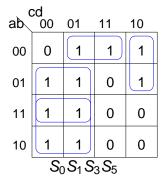
Sono guindi possibili 5 coperture diverse, di cui due presentano un numero di implicanti C = 4 e altre C = 5

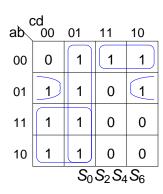
Ogni possibile copertura puó essere annotata con il suo costo come numero di letterali

$$\gamma = (S_0S_1S_2S_4S_5)_{12} + (S_0S_2S_4S_6)_{10} + (S_0S_1S_3S_4S_6)_{13} + (S_0S_1S_3S_5)_{10} + (S_0S_3S_5S_6)_{11}$$

Come si vede le coperture di costo minimo sono 2 con costo I = 10:  $S_0S_1S_3S_5 \rightarrow C(f) = \{P_0, P_1, P_3, P_5\} \rightarrow f = ac' + bc' + a'b'd + a'cd'$  $S_0S_2S_4S_6 \to C(f) = \{P_0, P_2, P_4, P_6\} \to f = ac' + c'd + a'b'c + a'bd'$  Metodo di Petrick

## Esempio





◆ロト ◆昼 ト ◆ 重 ト ・ 重 ・ 夕 Q ② (ENDIF) Reti logiche 13 / 13

Metodo di Petrick

### Conclusioni

(ENDIF)

- Si é visto un metodo in grado di ottenere la copertura di costo minimo in maniera esatta
- Il limite principale di tale metodo consiste nel fatto che calcola tutte le soluzioni
- Esistono metodi basati su algoritmi di branch and bound che in pratica esplorano lo spazio di tutte le soluzioni cercando di evitare quelle di cui si conosce giá il fatto che non sono minime

4□ > 4回 > 4 = > 4 = > = 9 < ○</p>

Reti logiche 15 / 13

Metodo di Petrick

## Esempi

