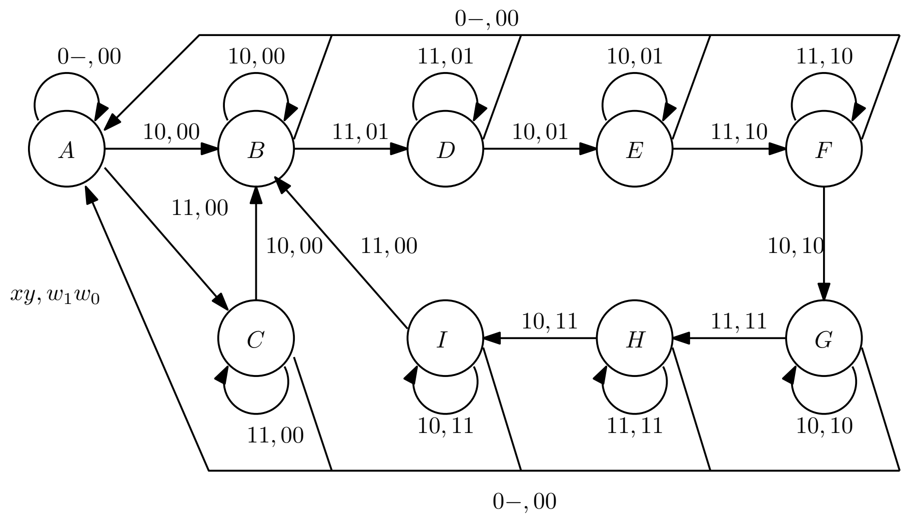
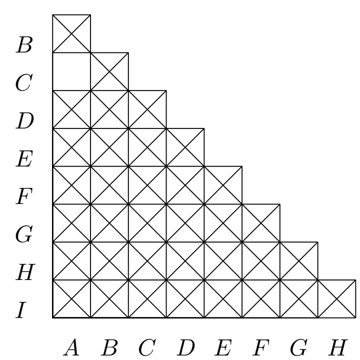
Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali/reti logiche

Es. 1 Una rete sequenziale sincrona (Mealy) ha due ingressi xy e due uscite $w_1 w_0$. Quando x si porta a 1, il compito della rete diventa contare il numero di transizioni $0 \rightarrow 1$ ($y_{k-1}y_k = 01$) in modulo 4. La codifica binaria di tale conteggio viene riportata sulle uscite (ove w_1 é il bit di maggior peso). Quando $x = 0$, le uscite hanno il valore 00 indipendentemente da y.

Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili (pt. 3). Si tracci il grafo delle equivalenze, si individuino le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 3).



state \ xy	00	01	11	10
A	$A, 00$	$A, 00$	$C, 00$	$B, 00$
B	$A, 00$	$A, 00$	$D, 01$	$B, 00$
C	$A, 00$	$A, 00$	$C, 00$	$B, 00$
D	$A, 00$	$A, 00$	$D, 01$	$E, 01$
E	$A, 00$	$A, 00$	$F, 10$	$E, 01$
F	$A, 00$	$A, 00$	$F, 10$	$G, 10$
G	$A, 00$	$A, 00$	$H, 11$	$G, 10$
H	$A, 00$	$A, 00$	$H, 11$	$I, 11$
I	$A, 00$	$A, 00$	$B, 00$	$I, 11$



classi di indistinguibilitá $\alpha = \{A, C\}$

state \ xy	00	01	11	10
α	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$B, 00$
B	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$D, 01$	$B, 00$
D	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$D, 01$	$E, 01$
E	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$F, 10$	$E, 01$
F	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$F, 10$	$G, 10$
G	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$H, 11$	$G, 10$
H	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$H, 11$	$I, 11$
I	$\alpha, 00$	$\alpha, 00$	$B, 00$	$I, 11$

Es. 2 Si consideri la seguente funzione non completamente specificata di 4 variabili (a, b, c, d, ove, nella valutazione dei cubi, a é il bit di maggior peso):

$$g_{ON} = \sum\{1, 4, 5, 7, 10, 11\} \quad g_{DC} = \sum\{14, 15\}$$

Si calcolino gli implicanti primi di tale funzione con Quine-McCluskey e si determini una copertura di costo minimo utilizzando il metodo di Petrick indicando poi la risultante espressione di g (pt. 7.0).

---

i	$abcd$		i	$abcd$	
1	0001	$\star$	1,5	0-01	P_0
4	0100	$\star$	4,5	010-	P_1
5	0101	$\star$	5,7	01-1	P_2
10	1010	$\star$	10,11	101-	$\star$
7	0111	$\star$	10,14	1-10	$\star$
11	1011	$\star$	7,15	-111	P_3
14	1110	$\star$	11,15	1-11	$\star$
15	1111	$\star$	14,15	111-	$\star$

i	$abcd$	
10,11,14,15	1-1-	P_4

	1	4	5	7	10	11
P_0	x		x			
P_1		x	x			
P_2			x	x		
P_3				x		
P_4					x	x

$\Phi = S_0S_1(S_0 + S_1 + S_2)(S_2 + S_3)S_4 = S_0S_1(S_2 + S_3)S_4$

$\Phi = S_0S_1S_2S_4 + S_0S_1S_3S_4$

le coperture minime possibili sono 2:

$g = a'c'd + a'bc' + a'bd + ac$ o $g = a'c'd + a'bc' + bcd + ac$ entrambe con costo $C = 4$ e $l = 11$

Es. 3 Si consideri la seguente rete multilivello:

$$p = a'de' + e$$

$$q = de + b$$

$$r = abce' + p$$

$$s = acde' + qc + a'b'e + a'bc'e$$

si applichino nell'ordine le seguenti trasformazioni: 1) *eliminate* p e q; 2) *simplify* r e s; e si valuti il numero di letterali dopo ciascuna di esse. Si esegua una *decompose* di r e s rispetto ad a generando nuovi nodi nel circuito. Nel caso lo si ritenga conveniente si applichi alla rete una o piú *substitute* (pt. 6.0).

---

1) *eliminate*

$r = abce' + a'de' + e$

$s = acde' + cde + bc + a'b'e + a'bc'e$

$lits = 24$

2) *simplify*

$r = abce' + a'de' + e$ — semplificazione $a'de' + e = a'd + e$

$r = abce' + a'd + e$ semplificazione $abce' + e = abc + e$

$r = abc + a'd + e$

$s = acde' + cde + bc + a'b'e + a'bc'e$ — distributiva $bc + a'bc'e = b(c + a'c'e)$

$s = acde' + cde + b(c + a'c'e) + a'b'e$ — semplificazione $c + a'c'e = c + a'e$

$s = acde' + cde + b(c + a'e) + a'b'e$ — distributiva $acde' + cde = cd(ae' + e)$

$s = cd(ae' + e) + b(c + a'e) + a'b'e$ semplificazione $ae' + e = a + e$
$s = cd(a + e) + b(c + a'e) + a'b'e$ distributiva
$s = acd + cde + bc + a'be + a'b'e$ distributiva $a'be + a'b'e = a'e(b + b')$
$s = acd + cde + bc + a'e(b + b')$ complemento e el. neutro $a'e(b + b') = a'e$
$s = acd + cde + bc + a'e$ consenso $acd + a'e + cde = acd + a'e$
$s = acd + a'e + bc$
$lits = 13$

3) *decomp* (rispetto ad a)
$r = r|_{a=0}a' + r|_{a=1}a$ ove $r|_{a=0} = d + e$ e $r|_{a=1} = bc + e$
$s = s|a = 0a' + s|a = 1a$ ove $s|_{a=0} = bc + e$ e $s|a = 1 = cd + bc$

4) *substitute/extract*
risultando $r|a = 1 = s|a = 0 = t$ conviene fare una substitute
$r = ua' + ta$
$u = d + e$
$t = bc + ecb$
$s = ta' + va$
$v = cd + bc$
$lits = 17$ (l'operazione ha portato a un incremento di costo, la sua utilitá potrebbe manifestarsi se u e v risultassero utili in ulteriori operazioni di substitute o exbtract).

Es. 4 Si consideri la seguente espressione $y = ab + a'c + bc + de + d'f + aef$. La si semplifichi utilizzando (eventualmente piú volte) la proprietá del consenso (pt. 5.0).

$y = ab + a'c + bc + de + d'f + aef$ consenso $ab + a'c + bc = ab + a'c$
$y = ab + a'c + de + d'f + aef$ consenso $de + d'f = de + d'f + ef$
$y = ab + a'c + de + d'f + ef + aef$ assorbimento $ef + aef = ef$
$y = ab + a'c + de + d'f + ef$ consenso $de + d'f + ef = de + d'f$
$y = ab + a'c + de + d'f$

Es. X: il presente esercizio puó sostituire uno qualsiasi dei precedenti, che deve essere indicato qui ____. I punteggi dei due esercizi non sono cumulabili.

Si consideri l'espressione aritmetica $w = (1-a)*c+(1-a)*b+b*c-2*(1-a)*b*c$ (dove $*$ e $+/-$ sono operatori aritmetici e a, b, c sono variabili binarie) la si analizzi per ogni configurazione di a, b, c e si determini fa funzione binaria corrispondente riportandola su mappa di Karnaugh (pt. 1.0). Si descriva sinteticamente l'approccio utilizzato per usare operatori aritmetici invece di qelli booleani (pt. 1.0). Si consideri poi la funzione binaria definita sullo steso supporto $f = \sum 1, 2, 4, 5, 6, 7$ la si riporti su mappa di Karnaugh e si determinino gli implicanti primi (pt. 1.0). Sulla scorta dell'esempio precedente si provi a determinare un espressione aritmetica per f (pt. 3.0).

$w = (1-a)*b + (1-a)*c + b*c - 2*(1-a)*b*c$

valutando l'espressione per ogni configurazione di a, b, c, si ottiene

$a \backslash bc$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	1	0

espressione equivalente nell'algebra di commutazione

$w = a'b + a'c + bc$

é evidente che c'e' una corrispondenza fra i prodotti aritmetici e gli implicanti dell'algebra di commutazione, ad esempio $(1-a)*b \simeq a'b$.

$-2*(1-a)*b*c$ serve per evitare che ove i prodotti aritmetici si sovrappongono si abbia il valore 3

$w = (1-a)*b + (1-a)*c + b*c - 2*(1-a)*b*c$

$$\begin{array}{ccccccc} 0011 & \longrightarrow & 0121 & \longrightarrow & 0131 & \longrightarrow & 0111 \\ 0000 & & 0000 & & 0010 & & 0010 \end{array}$$

Per esprimere $\sum 1, 2, 4, 5, 6, 7$ come un espressione aritmetica, si riporta tale funzione su mappa di Karnaugh. poi si determina un espressione SP traducendola in un espressione aritmetica aggiungendo eventuali prodotti per normalizzare il risultato a 1

$a \backslash bc$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	1	1	1

$w = a'c + a'b + a$

ragionando sulla base dell'esempio precedente, si avrebbe $w = (1-b)*c + b*(1-c) + a - a*(1-b)*c - a*b*(1-c)$