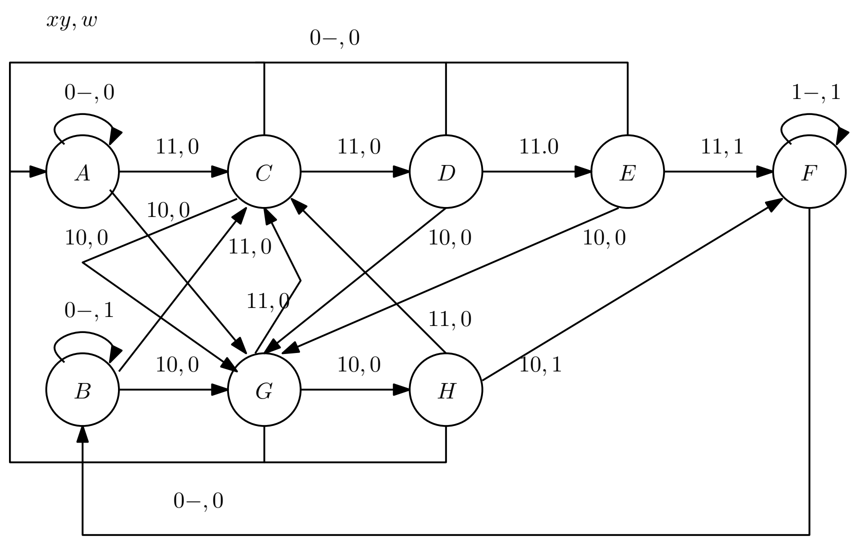
Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali/reti logiche

Es. 1 Una rete sequenziale sincrona (Mealy) ha due ingressi x, y e un uscita w. Il valore di y diviene significativo quando x si porta a 1, se durante questo periodo si presentano 4 uni consecutivi o 3 zeri consecutivi su y, l'uscita si porta a 1, altrimenti l'uscita rimane 0. Il valore dell'uscita deve essere mantenuto anche quando x torna a 0.

Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili (pt. 3). Si tracci il grafo delle equivalenze, si individuino le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 3).



	00	01	11	10
A	$A, 0$	$A, 0$	$C, 0$	$G, 0$
B	$B, 1$	$B, 1$	$C, 0$	$H, 0$
C	$A, 0$	$A, 0$	$D, 0$	$G, 0$
D	$A, 0$	$A, 0$	$E, 0$	$G, 0$
E	$A, 0$	$A, 0$	$F, 1$	$G, 0$
F	$B, 1$	$B, 1$	$F, 1$	$F, 1$
G	$A, 0$	$A, 0$	$C, 0$	$H, 0$
H	$A, 0$	$A, 0$	$C, 0$	$F, 1$

	A	B	C	D	E	F	G
B	X						
C	~~CD~~	X					
D	~~CE~~	X	~~DE~~				
E	X	X	X	X			
F	X	X	X	X	X		
G	~~GH~~	X	X	~~CE GH~~	X	X	
H	X	X	X	X	X	X	X

l'automa é in forma minima

Es. 2 Si consideri la seguente funzione non completamente specificata di 4 variabili (a, b, c, d, ove, nella valutazione dei cubi, a é il bit di maggior peso):

$$f_{ON} = \sum\{1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15\} \qquad f_{DC} = \sum\{4, 10, 11\}$$

Si calcolino gli implicanti primi di tale funzione con Quine-McCluskey e si determini una copertura di costo minimo mediante l'algoritmo di Petrick indicando l'espressione di f (pt. 7.0).

Soluzione

i	$abcd$	
1	0001	$\star$
2	0010	$\star$
8	1000	$\star$
4	0100	$\star$
5	0101	$\star$
6	0110	$\star$
10	1010	$\star$
12	1100	$\star$
7	0111	$\star$
13	1101	$star$
11	1011	$\star$
15	1111	$\star$

i	$abcd$	
1,5	0-01	p_0
2,6	0-10	p_1
2,10	-010	p_2
8,10	10-0	p_3
8,12	1-00	p_4
4,5	010-	$\star$
4,6	01-0	$\star$
4,12	-100	$\star$
5,7	01-1	$\star$
5,13	-101	$\star$
6,7	011-	$\star$
10,11	101-	all DCs
12,13	110-	$\star$
7,15	-111	$\star$
13,15	11-1	$\star$
11,15	1-11	p_5

i	$abcd$	
4,5,6,7	01–	p_6
4,6,5,7	01–	
4,12,5,13	-10-	p_7
4,5,12,13	-10-	
5,7,13,15	-1-1	p_8
5,13,7,15	-1-1	

	1	2	5	6	7	8	12	13	15
p_0	x		x						
p_1		x		x					
p_2		x							
p_3						x			
p_4						x	x		
p_5									x
p_6			x	x	x				
p_7			x				x	x	
p_8			x		x			x	x

Forma PS che descrive la copertura:

$$\Phi = S_0(S_1 + S_2)(S_0 + S_6 + S_7 + S_8)(S_1 + S_6)(S_6 + S_8)(S_3 + S_4)(S_4 + S_7)(S_7 + S_8)(S_5 + S_8)$$
$$\Phi = S_0(S_1 + S_2)(S_1 + S_6)(S_6 + S_8)(S_3 + S_4)(S_4 + S_7)(S_7 + S_8)(S_5 + S_8)$$
$$\Phi = S_0(S_1 + S_2S_6)(S_8 + S5S_6S_7)(S_4 + S_3S_7)$$
$$\Phi = S_0(S_1 + S_2S_6)(S_8 + S_5S_6S_7)(S_4 + S_3S_7)$$
$$\Phi = S_0(S_1 + S_2S_6)(S_4S_8 + S_4S_5S_6S_7 + S_3S_7S_8 + S_3S_5S_6S_7)$$
$$\Phi = S_0(S_1S_4S_8 + S_1S_4S_5S_6S_7 + S_1S_3S_7S_8 + S_1S_3S_5S_6S_7 + S_2S_4S_6S_8 + S_2S_4S_5S_6S_7 + S_2S_3S_6S_7S_8 + S_2S_3S_5S_6S_7)$$

la soluzione con il minor numero di cubi (e in questo caso di letterali é:

$$\Phi = S_0S_1S_4S_8 + ...$$

Quindi: $f = p_0 + p_1 + p_4 + p_8 = a'c'd + a'cd' + ac'd' + bd$.

Es. 3 Si consideri la seguente rete multilivello:

$$t = a + bcd + b'e$$

$$u = ab + aef + bcd + cdef$$

si applichi prima una *decompose* del nodo t rispetto a b che genera due nuovi nodi. Si usino poi le espressioni di tali nuovi nodi per eseguire una divisione algebrica di u. Nel caso lo si ritenga conveniente si applichi alla rete una *substitute* (pt. 6.0).

Soluzione

La decompose del nodo t da luogo ai seguenti nodi:

$$t_0 = t|_{b=0} = a + e$$

$$t_1 = t|_{b=1} = a + cd$$

mentre t diventa:

$$t = b't_0 + bt_1$$

Rimane da dividere u, prima per $t_0 = a + e$: $u \operatorname{div} a = b + ef$ e $u \operatorname{div} e = af + cdf$, come si puó osservare non ci sono cubi in comune quind t_0 non é un divisore di t.

Dividendo per $t_1 = a + cd$ si ottiene $u \operatorname{div} a = b + ef$ e $u \operatorname{div} cd = b + ef$, qui invece c'e' ef come cubo in comune, quindi si puó scrivere: $u = (a + cd)ef + ab + bcd$ e quindi con una *substitute* $u = t_1ef + ab + bcd$.

Il numero di letterali é ora: $l = 17$ contro i 18 della rete originaria.

Es. 4 Si consideri il codice di Berger per 11 bit di informazione. Si determini il numero di checkbit necessari per formare una parola di codice. Si calcolino tali checkbit (indicandoli a partire da quello di maggior peso) per queste due configurazioni dei bit di informazione 11001001011 e 01010000101 (pt. 5.0)

Soluzione

Deve valere $2^C - 1 \geq I$ da cui $2^C - 1 \geq 11$ che é soddisfatta (come valore minimo) da $C = 4$. I checkbit delle due parole si ottengono banalmente contando gli 0 e codificando in binario: $c_3c_2c_1c_0 = 0101$ e $c_3c_2c_1c_0 = 0111$.

Es. X: il presente esercizio puó sostituire uno qualsiasi dei precedenti, che deve essere indicato qui ____. I punteggi dei due esercizi non sono cumulabili.

Si verifichi (riportando i passaggi svolti) se le seguenti proprietá sono valide (pt. 5.0):

$$(xy') \oplus (x'y) = (x \oplus y)$$

$$(x + y)(x + w) = (x'y' + x'w')'$$

Soluzione

Descriviamo l'operatore somma modulo 2 con l'algebra di commutazione:

$$(xy')(x'y)' + (xy')'(x'y) = xy' + x'y$$

con De Morgan

$$xy'(x + y') + (x'y)(x'y) = xy' + x'y$$

con alcuni semplici passaggi:

$$xy' + x'y = xy' + x'y$$

Nel secondo caso si applica subito De Morgan a destra:

$$(x+y)(x+w) = (x'y' + x'w')'$$

$$(x+y)(x+w) = (x'y')'(x'w')'$$

di nuovo De Morgan e la proprietá $x'' = x$:

$$(x+y)(x+w) = (x+y)(x+w)$$