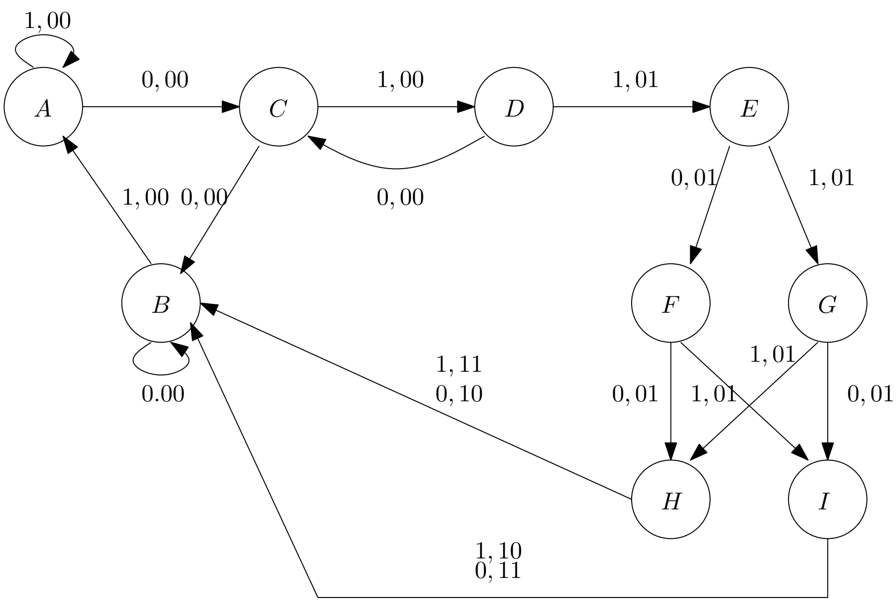
nome ____________________ cognome ____________________ matricola ____________________

Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali/reti logiche

Es. 1 Una rete sequenziale sincrona (Mealy) ha un ingresso x e due uscite y, w. Gli ultimi 4 bit ricevuti su x forniscono un numero intero z rappresentato in complemento a 2. L'ultimo bit ricevuto x_k é quello di peso minore, ad esempio $x_{k-3}x_{k-2}x_{k-1}x_k = 1000 \rightarrow z = -8$). Se gli ultimi 4 bit ricevuti corrispondono a -5, si attiva una seconda fase in cui la rete osserva se i 3 bit successivi appartengono al codice di paritá o meno. Le uscite valgono 00 in attesa di -5, si portano a 01 una volta che tale simbolo sia stato riconosciuto e mantengono tale valore fino a terzo bit della parola p assumento il valore 10 se la proprietá (paritá) é verificata e 11 altrimenti.

Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando chiaramente tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili (pt. 3). Si tracci il grafo delle equivalenze, si individuino le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 3).

Soluzione



Es. 2 Si consideri la funzione scalare di 4 variabili (a, b, c, d, ove, nella valutazione dei cubi, a é il bit di maggior peso):

$$f_{ON} = \sum\{4, 5, 6, 7, 12, 13, 15\} \qquad f_{DC} = \sum\{2, 9, 11\}$$

Si calcolino gli implicanti primi di tale funzione con Quine-McCluskey e si determini una copertura di costo minimo (come numero di letterali) mediante il metodo di Petrick indicando la risultante espressione di f (pt. 6.5).
Soluzione

i	$abcd$	
2	0010	*
4	0100	*
5	0101	*
6	0110	*
9	1001	*
12	1100	*
7	0111	
11	1011	*
13	1101	*
15	1111	*

i	$abcd$	
2,6	0-10	P_0
4,5	010-	*
4,6	01-0	*
4,12	-100	*
5,7	01-1	*
6,7	011-	*
5,13	-101	*
9,11	10-1	*
9,13	1-01	*
12,13	110-	*
11,15	1-11	*
13,15	11-1	*

i	$abcd$	
4,5,6,7	01–	P_1
5,7,13,15	-1-1	P_2
4,5,12,13	-10-	P_3
9,11,13,15	1–1	P_4

tabella di copertura

	4	5	6	7	12	13	15
P_0			x				
P_1	x	x	x	x			
P_2		x		x		x	x
P_3	x	x			x	x	
P_4						x	x

descrizione algebrica della tabella di copertura

$\gamma = (S_1 + S_3)(S_1 + S_2 + S_3)(S_0 + S_1)(S_1 + S_2)S_3(S_2 + S_3 + S_4)(S_2 + S_4)$

$\gamma = S_3(S_0 + S_1)(S_1 + S_2)(S_2 + S_4)$

$\gamma = S_3(S_1 + S_0S_2)(S_2 + S_4)$

$\gamma = S_3(S_1S_2 + S_1S_4 + S_0S_2)$

$\gamma = S_1S_2S_3 + S_1S_3S_4 + S_0S_2S_3$

espressione di costo minimo: le prime due coperture hanno 6 letterali, la terza 7, scegliendo la prima si ottiene

$f = a'b + bd + bc'$

Es. 3 Si consideri la seguente rete multilivello:

$$p = ae$$

$$q = ad'$$

$$r = p + qf + a'bce + bcd'f + g$$

$$s = p + q + bcd' + bce + d'e$$

$$t = a + bc$$

si applichino in sequenza alla rete le seguenti trasformazioni: a) *eliminate* p e q; b) *simplify* r e s. Si usi poi la divisione algebrica (riportando tutti i passaggi) per vedere se é possibile estrarre $t = a + bc$ da r e s. Si valuti il numero di letterali nella rete iniziale e in quella finale (pt. 6.5).

Soluzione

numero iniziale di letterali $l = 29$

1) eliminate

$$r = ae + ad'f + a'bce + bcd'f + g$$

$$s = ae + ad' + bcd' + bce + d'e$$

$$t = a + bc$$

$l = 29$

2) simplify

$$r = ae + ad'f + bce + bcd'f + g$$
$$s = ae + ad' + bcd' + bce + d'e$$
$$t = a + bc$$

$l = 28$
3) extract
divisore $t = a + bc$
$r/a = e + d'f$ con resto $bce + bcd'f + g$
$r/bc = e + d'f$ con resto $ae + ad'f + g$
da cui $r/t = (e + d'f)$ e quindi $r = (e + d'f)t + g = te + td'f + g$
$s/a = e + d'$ con resto $bcd' + bce + d'e$
$s/bc = e + d'$ con resto $ae + ad' + d'e$
da cui $s/t = (e + d')t + d'e$ e quindi $s = (e + d')t + d'e = te + td' + d'e$
letterali finali $l = 14$

Es. 4 Sei astronauti (A, B, C, D, E, F) sono candidati per formare l'equipaggio di un astronave. L'equipaggio deve soddisfare i seguenti criteri:

1. se A o B sono presenti allora non devono essere presenti né C né D
2. D o E devono essere presenti, ma non entrambi
3. almeno uno fra A, E ed F deve essere presente
4. se A é presente allora lo deve essere anche E

Si trasformi la proposizione che descrive tali condizioni in un espressione algebrica γ nelle variabili a, b, c, d, e, f che vale 1 se i valori di tali variabili descrivono un equipaggio valido. La semantica di a, b, c, d, e, f é la seguente: a vale 1 se A é presente nell'equipaggio e 0 altrimenti, lo stesso per le altre variabili. Si descrivano chiaramente i passaggi algebrici svolti per arrivare a una soluzione (pt. 5.5).
Soluzione

1. $(a \vee b) \to (\neg c \vee \neg d)$
2. $(d \vee e) \wedge (\neg d \vee \neg e)$
3. $(a \vee e \vee f)$
4. $(a \to e)$

la proposizione completa é data dalla congiunzione delle 4 proposizioni
$((a \vee b) \to (\neg c \vee \neg d)) \wedge ((d \vee e) \wedge (\neg d \vee \neg e)) \wedge (a \vee e \vee f) \wedge (a \to e)$
usando l'algebra di commutazione
$((a + b)' + (c' + d'))(d + e)(d' + e')(a + e + f)(a' + e)$
$(a'b' + c' + d')(d + e)(d' + e')(a + e + f)(a' + e)$
$(a'b' + c' + d')(d + e)(d' + e')(ae + a'e + e + a'f + ef)$
$(a'b' + c' + d')(d + e)(d' + e')(e + a'f)$
$(a'b' + c' + d')(de' + d'e)(e + a'f)$
$(a'b' + c' + d')(a'de'f + d'e)$
$(a'b'de'f + a'b'd'e + a'c'de'f + c'd'e + d'e)$
$(a'b'de'f + a'c'de'f + d'e)$

Quindi gli equipaggi "minimi" sono D e F, oppure E da solo. La mappa seguente mostra invece tutti gli equipaggi leciti:

	cd			
ab	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$ef = 00$

ab	00	01	11	10
00		1	1	
01		1		
11				
10				

$ef = 01$

	cd			
ab	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11	1			1
10	1			1

$ef = 10$

ab	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11	1			1
10	1			1

$ef = 11$