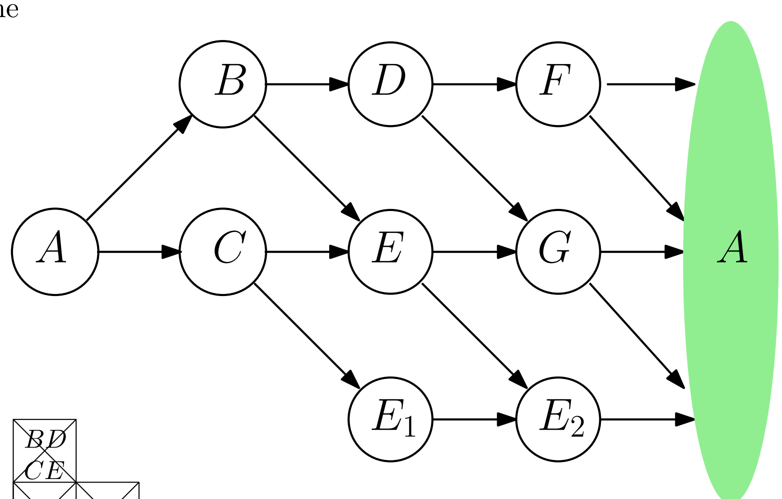
nome ____________________ cognome ____________________ matricola ____________________

Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali

Es. 1 Una rete sequenziale sincrona (Mealy) ha un ingresso x sul quale vengono ricevute parole di 4 bit ciascuna. Compito della rete é verificare che la parola ricevuta ($x_{k-3}x_{k-2}x_{k-1}x_k$) appartenga a un codice termometrico (0000, 0001, 0011, 0111, 1111). L'uscita della rete y, normalmente a 0, si porta a 1 in caso di errore e mantiene tale valore fino alla fine della parola corrente.

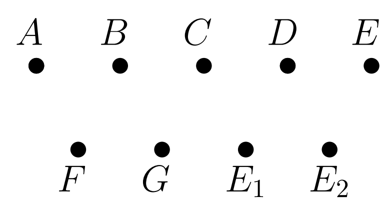
Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili. Si tracci poi il grafo delle equivalenze, individuando le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 6).

Soluzione



B	BD CE							
C								
D	BF CG	BF EG						
E			E_1E_2 EG					
F	AB AC	AD AE		AF AG				
G			E_2A EA		E_2A AG			
E_1								
E_2								E_1A AE_2
	A	B	C	D	E	F	G	E_1

grafo delle equivalenze



Es. 2 Si consideri la seguente funzione non completamente specificata di 4 variabili (a, b, c, d), ove, nella valutazione dei cubi, a é il bit di maggior peso:

$$f_{ON} = \sum\{0, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 14\}$$

$$f_{DC} = \sum\{2, 8, 11\}$$

Si calcolino gli implicanti primi di tale funzione con Quine-McCluskey e si determini una copertura di costo minimo (come numero di letterali) mediante il metodo di Petrick indicando poi la risultante espressione di f (pt. 6.0).

i	$abcd$	
0	0000	*
2	0010	*
4	0100	*
8	1000	*
6	0110	*
10	1010	*
12	1100	*
7	0111	*
11	1011	*
13	1101	*
14	1110	*

i	$abcd$	
0,2	00-0	*
0,4	0-00	*
0,8	-000	*
2,6	0-10	*
2,10	-010	*
4,6	01-0	*
4,12	-100	*
8,10	10-0	*
8,12	1-00	*
6,7	011-	P_0
6,14	-110	*
10,11	101-	P_1
10,14	1-10	*
12,13	110-	P_2
12,14	11-0	*

i	$abcd$	
0,2,8,10	-0-0	*
0,2,4,6	0--0	*
~~0,4,2,6~~	~~0-0~~	
0,4,8,12	--00	*
~~0,8,4,12~~	~~--00~~	
~~0,8,2,10~~	~~-0-0~~	
2,6,10,14	--10	*
~~2,10,6,14~~	~~--10~~	
4,6,12,14	-1-0	*
~~4,12,6,14~~	~~-1-0~~	
8,10,12,14	1--0	*
~~8,12,10,14~~	~~1--0~~	

i	abcd	
0,2,8,10	---0	P_3
4,6,12,14		
~~0,2,4,6~~	~~---0~~	
~~8,10,12,14~~		
~~0,4,8,12~~	~~---0~~	
~~2,6,10,14~~		

Tabella di copertura

	0	4	6	7	10	12	13	14
P_0			x	x				
P_1					x			
P_2						x	x	
P_3	x	x	x		x	x		x

da cui $\gamma = S_3 S_3 (S_0 + S_3) S_0 (S_1 + S_3)(S_2 + S_3) S_2 S_3 = S_0 S_2 S_3$, quindi $C = \{P_0, P_2, P_3\}$ e $f = a'bc + abc' + d'$

Es. 3 Si consideri la seguente rete multilivello:

$$\begin{array}{rl} f = ab & g = b' + c' \\ h = de & i = f' + g' \\ l = g'h' & m = i' + l' \\ n = l + ag' & o = a + d' + e' \end{array}$$

si applichino nell'ordine le seguenti trasformazioni: 1) *eliminate* f, g, h; 2) *eliminate* i e l; 3) *simplify* m e n. Si esegua poi la divisione algebrica di m e n per o verificando se é possibile effettuare operazioni di *substitute* . Dopo ogni passaggio si descriva l'insieme di uguaglianze che descrive la rete in forma normale SP e si calcoli il numero dei letterali (pt. 6.5).

Soluzione
Numero di letterali iniziale $lits = 18$
1) *eliminate* f, g, h
$i = (ab)' + (b' + c')' = a' + b' + bc$
$l = (b' + c')'(de)' = bc(d' + e') = bcd' + bce'$
$m = i' + l'$
$n = l + a(b' + c')' = l + abc$
$o = a + d' + e'$
Numero di letterali $lits = 19$
2) *eliminate* i, l
$m = (a' + b' + bc)' + (bcd' + bce')' = ab(bc)' + (bcd')'(bce')' = \quad = ab(b' + c') + (b' + c' + d)(b' + c' + e)$
$m = abc' + b' + b'c' + b'e + b'c' + c' + c'e + b'd + c'd + de$
$n = bcd' + bce' + abc$
$o = a + d' + e'$
Numero di letterali $lits = 31$ (qui potevano esserci delle semplificazioni immediate per cui il numero di letterali puó variare)
3) *simplify* m, n
$m = b' + c' + de$
$n = bcd' + bce' + abc$
$o = a + d' + e'$
Numero di letterali $lits = 12$
4) divisione algebrica
m/o da luogo a: $m/a = 0$, $m/d' = 0$ e $m/e' = 0$
n/o da luogo a: $n/a = bc$, $n/d' = bc$ e $n/e' = bc$
quindi o é un divisore di solo n e la substitute da luogo alla rete:
$m = b' + c' + de$
$n = obc$
$o = a + d' + e'$
Numero di letterali $lits = 10$
Si noti che esistevano versioni diverse dei compiti e che in alcuni casi la divisione dava quoziente 0 e non era possibile fare la substitute.

Gli studenti dell'a.a. 2015-16, possono svolgere l'esercizio 4b in alternativa al 4a. Il punteggio di tali esercizi non é cumulabile e nel caso vengano risolti entrambi la valutazione utilizzata sará quella del 4a.

Es. 4a Si determini se la seguente formula di espansione é corretta:

$$f(...., x_i, ...) = (x_i'(f|_{x_i=0} \oplus f|_{x_i=1})) \oplus f|_{x_i=1}$$

. Si annoti ogni passaggio algebrico con la proprietá utilizzata (pt. 5.5).
Soluzione

$$f(...., x_i, ...) = \left(x_i'(f|_{x_i=0} \oplus f|_{x_i=1})\right) \oplus f|_{x_i=1} =$$

Espressione SP per la somma modulo 2 (o XOR)

$$\left(x_i'(f|_{x_i=0} \oplus f|_{x_i=1})\right)' f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0} \oplus f|_{x_i=1})\right) f|_{x_i=1}' =$$

$$\left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1}')\right)' f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1}')\right) f|_{x_i=1}' =$$

Leggi di De Morgan

$$\left(x_i + (f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1}')'\right) f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1})\right) f|_{x_i=1}' =$$

Leggi di De Morgan

$$\left(x_i + (f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1})'(f|_{x_i=0} f|_{x_i=1}')'\right) f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1})\right) f|_{x_i=1}' =$$

Leggi di De Morgan

$$\left(x_i + (f|_{x_i=0} + f|_{x_i=1}')(f|_{x_i=0}' + f|_{x_i=1})\right) f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1})\right) f|_{x_i=1}' =$$

Proprietá distributiva e della negazione

$$\left(x_i + (f|_{x_i=0} f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1}')\right) f|_{x_i=1} + \left(x_i'(f|_{x_i=0}' f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1})'\right) f|_{x_i=1}' =$$

Proprietá distributiva e della negazione

$$x_i f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1} + x_i' f|_{x_i=0} f|_{x_i=1}' =$$

$$x_i f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0}(f|_{x_i=1} + x_i' f|_{x_i=1}') =$$

Semplificazione

$$x_i f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0}(f|_{x_i=1} + x_i') =$$

$$x_i f|_{x_i=1} + f|_{x_i=0} f|_{x_i=1} + x_i' f|_{x_i=0} =$$

Consenso

$$x_i f|_{x_i=1} + x_i' f|_{x_i=0} =$$

Teorema di espansione di Shannon

$$f(...., x_i, ...)$$

Quindi la proprietá é verificata

Es. 4b Si consideri la funzione $[f, g]$ da $\{0,1\}^3 \to \{0,1,-\}^2$:

f:

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	-	-
1	1	-	1	1

g:

a \ bc	00	01	11	10
0	1	0	0	-
1	1	0	-	1

si scriva il file di ingresso per Espresso nel formato `fd`. Si descriva poi sinteticamente il modo utilizzato dall'euristico di Espresso per uscire dai minimi locali di costo (pt. 5.5).
Soluzione

```
.i 3
.o 2
```

```
.ild a b c
.ob f g
000 11
001 10
010 --
011 -0
100 11
101 -0
110 11
111 1-
.e
```

La trasformazione con cui Espresso cerca di uscire dai minimi locali é la REDUCE in cui viene aggiunto un letterale a un cubo il cui numero di 1 coperti viene ridotto. In questo modo il cubo pu essere espanso (EXPAND) rispetto a una variabile diversa da quelle utilizzate in precedenza.