Nome ____________________ Cognome ____________________ Matricola ____________________
Anno di immatricolazione ____

Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali

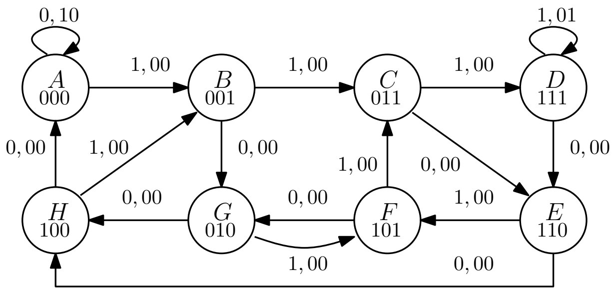
Es. 1

Una rete sequenziale sincrona ha un ingresso x e due uscite y, w. Compito della rete é verificare che negli ultimi 4 valori di x siano presenti entrambi i valori logici. In tale caso le uscite rimangono al valore logico 00. Se la proprietá non é verificata a causa dell'assenza di 0, le uscite assumono il valore 01 e lo mantengono fino a quando non si presenta uno 0. Dualmente, se l'errore é dovuto all'assenza di un 1, le uscite mantengono il valore 10 fino a quando non si presenta un 1.

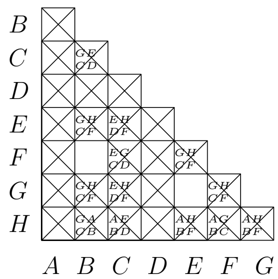
Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili (pt. 3). Si tracci il grafo delle equivalenze, si individuino le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 3).

Soluzione

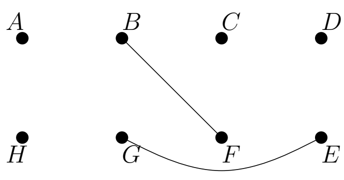
L'uscita dipende dagli ultimi 4 bit, per cui si puó assumere che lo stato rappresenti $x_{k-3}x_{k-2}x_{k-1}$. Gli stati del STG sono annotati proprio con tale configurazione.



	0	1
A	$A, 10$	$B, 00$
B	$G, 00$	$C, 00$
C	$E, 00$	$D, 00$
D	$E, 00$	$D, 01$
E	$H, 00$	$F, 00$
F	$G, 00$	$C, 00$
G	$H, 00$	$F, 00$
H	$A, 00$	$B, 00$



grafo delle equivalenze



automa minimo

	0	1
A	$A, 10$	$\beta, 00$
$\beta = \{B, F\}$	$\gamma, 00$	$C, 00$
C	$\gamma, 00$	$D, 00$
D	$\gamma, 00$	$D, 01$
$\gamma = \{G, E\}$	$H, 00$	$\beta, 00$
H	$A, 00$	$\beta, 00$

Es. 2

Si consideri la seguente funzione non completamente specificata di 4 variabili:
$f_{ON} = \{0, 1, 5, 11, 14, 15\}$
$f_{DC} = \{6, 7, 8, 10\}$

Si determinino tutti gli implicanti primi della funzione utilizzando il metodo di Quine-McCluskey. Si usi poi il metodo di Petrick per calcolare le possibili coperture della funzione e si determini quella (o quelle) che presentano il costo minore come numero di letterali (pt. 6.5).

Soluzione

Quine-McCluskey

i	abcd	
0	0000	*
1	0001	*
8	1000	*
5	0101	*
6	0110	*
10	1010	*
7	0111	*
11	1011	*
14	1110	*
15	1111	*

i	abcd	
0,1	000-	P_0
0,8	-000	P_1
1,5	0-00	P_2
8,10	10-0	only DC
5,7	01-1	P_3
6,7	011-	only DC
6,14	-110	*
10,11	101-	*
10,14	1-10	*
7,15	-111	*
11,15	1-11	*
14,15	111-	*

i	abcd	
6,14,7,15	-11-	P_4
6,7,14,15	-11-	
10,11,14,15	1-1-	P_5
10,14,11,15	1-1-	

Petrick

$f_{ON} = \{0, 1, 5, 11, 14, 15\}$

	0	1	5	11	14	15
P_0	x	x				
P_1	x					
P_2		x	x			
P_3			x			
P_4					x	x
P_5				x	x	x

$\gamma = (S_0 + S_1)(S_0 + S_2)(S_2 + S_3)S_5(S_4 + S_5)(S_4 + S_5) = (S_0 + S_1S_2)(S_2 + S_3)S_5 = S_0S_2S_5 + S_0S_3S_5 + S_1S_2S_5$

Tutte le coperture hanno lo stesso costo sia come cubi 3 che come letterali 8. La seconda ad esempio da luogo a: $f = a'b'c' + a'bd + ac$

Es. 3

Si realizzi una rete combinatoria che riceve in ingresso una parola di 4 bit $a_3a_2a_1a_0$ e produce in uscita una parola di due bit q_1q_0. La parola di ingresso rappresenta un numero naturale A, mentre quella di uscita rappresenta un numero naturale $Q = A/5$ (dove la divisione é quella intera). La rete deve essere realizzata come espressione PS di costo minimo. Suggerimento: si riportino ordinatamente i risultati della divisione su una mappa di Karnaugh. A partire da questa, si ottengano le mappe di q_1 e q_0.

Soluzione

$ab \backslash cd$	00	01	11	10
00	00	00	00	00
01	00	01	01	01
11	10	10	11	10
10	01	01	10	10

$q_1 q_0$

$ab \backslash cd$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

q_1

$ab \backslash cd$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	0	1	0
10	1	1	0	0

q_0

$q_1 = a(b+c)$ $\qquad$ $q_0 = (a+b)(a+c+d)(a'+b'+c)(a'+c'+d)(b+c')$

Es. 4

Si semplifichino le seguenti espressioni riportando passo per passo le proprietá (o definizioni) dell'algebra di commutazione utilizzate (pt. 5.0):

$(a \oplus b \oplus c) \rightarrow (a+b+c)$

$(abc) \rightarrow (a \oplus b \oplus c)$

Soluzione

$(a \oplus b \oplus c) \rightarrow (a+b+c) =$

$(a \oplus b \oplus c)' + (a+b+c) =$ definizione di implicazione

ci si poteva fermare qui perché $(a \oplus b \oplus c)$ vale 0 e $a = b = c = 0$ e quindi $(a \oplus b \oplus c)'$ vale 1 in tale caso, in tutti gli altri casi vale 1 $a+b+c$ e quindi l'espressione vale 1 (vedi lucidi su paritá e/o FA), i passaggi che seguono sono un po pesanti, molti potevano essere accorpati

$((a \oplus b) \oplus c)' + (a+b+c) =$ proprietá associati di $\oplus$ (xor)

$((a \oplus b)c' + (a \oplus b)'c)' + (a+b+c) =$ definizione di $\oplus$

$((a \oplus b)c' + (a \oplus b)'c)' + (a+b+c) =$ definizione di $\oplus$

$((ab' + a'b)c' + (ab' + a'b)'c)' + (a+b+c) =$ definizione di $\oplus$

$(ab'c' + a'bc' + (ab' + a'b)'c)' + (a+b+c) =$ propr. distributiva

$(ab'c' + a'bc' + (ab')'(a'b)'c)' + (a+b+c) =$ De Morgan

$(ab'c' + a'bc' + (a'+b)(a+b')c)' + (a+b+c) =$ De Morgan e propr. del complemento

$(ab'c' + a'bc' + (a'b' + ab)c)' + (a+b+c) =$ propr. distributiva e del complemento

$(ab'c' + a'bc' + a'b'c + abc)' + (a+b+c) =$ propr. distributiva

$(ab'c')'(a'bc')'(a'b'c)'(abc)' + (a+b+c) =$ De Morgan

$(a'+b+c)(a+b'+c)(a+b+c')(a'+b'+c') + a+b+c =$ De Morgan

$(a'b' + ab + c)(ab' + a'b + c') + a+b+c =$ distributiva e semplificazione

$(a'b'c' + abc' + ab'c + a'bc) + a+b+c =$ distributiva e semplificazione

$a'b'c' + abc' + ab'c + a'bc + a+b+c =$ associativa

$a'b'c' + a+b+c =$ assorbimento

$(a+b+c)' + a+b+c =$ De Morgan

$(a+b+c)' + a+b+c = 1$ complemento

la soluzione del secondo esercizio puó sfruttare i conti fatti per il primo

$(abc) \to (a \oplus b \oplus c) =$

$(abc)' + (a \oplus b \oplus c) =$ implicazione

$a' + b' + c' + ab'c' + a'bc' + a'b'c + abc =$ caso precedente

$a' + b' + c' + b'c' + abc =$ semplificazione

$a' + b' + c' + abc =$ semplificazione

$a' + b' + c' + bc =$ semplificazione

$a' + b' + c' + c = 1$ semplificazione e propritá della complementazione