

Analisi Matematica 1B - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 18.12.2018

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (6 punti) Determina per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ si ha che la quantità

$$\frac{3 - ix}{4 + 6ix}$$

risulta essere un numero puramente immaginario.

2. (10 punti) Determina la soluzione $u(t): I \rightarrow \mathbb{R}$ del seguente problema di Cauchy,

$$\begin{cases} u' + \sqrt{u} \arctan(t) = 0, \\ u(1) = 1, \end{cases}$$

indicando anche qual è l'intervallo I massimale (ovvero più grande possibile) sul quale la soluzione può essere definita.

3. (8 punti) Considera le funzioni $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $G: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$F(x, y) := (x - y, xy, x^2 + y^2), \quad G(u, v, w) := w \int_u^v \frac{1}{1 + t^2} dt.$$

Sia H la funzione composta $H(x, y) := G(F(x, y))$. Determina l'equazione del piano tangente al grafico di H nel punto $(1, 1, H(1, 1))$.

4. (8 punti) Calcola il valore dell'integrale

$$\iint_D |x^2 + y^2 - 1| e^{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$.