

## Analisi Matematica 1b - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 7.6.2018

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (6 punti) Determina tutte le soluzioni in campo complesso dell'equazione

$$e^{z-1} = e^{1/(z-1)}.$$

2. (6 punti) Considera l'equazione differenziale

$$y'' + y' = e^{-t}.$$

- Determina la soluzione  $y_*(t)$  dell'equazione che soddisfa le condizioni iniziali  $y_*(0) = 2$  e  $y'_*(0) = 1$ .
- Determina per quali parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  si ha che  $\int_0^{+\infty} y(t) dt = 1$ , dove  $y(t)$  è la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali  $y(0) = a$  e  $y'(0) = b$ .

3. (6 punti) Considera l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin(x)}{x^p(1+x^3)} dx.$$

Determina per quali valori del parametro  $p \in \mathbb{R}$  l'integrale converge ad un valore finito.

4. (6 punti) Considera le funzioni  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  e  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x, y) := \left( x \cos(y), \frac{2y}{x^2 + 1} \right), \quad g(s, t) := s - \int_0^t e^{-r^2} dr.$$

- Calcola tutte le derivate parziali di  $f$  e di  $g$ .
- Calcola il gradiente della funzione composta  $g \circ f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  nel punto  $(0, 0)$ .

5. (6 punti) Considera la regione del piano  $D$  definita da

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \sin(2x)\}.$$

- Determina il baricentro di  $D$ .
- Calcola l'integrale  $\iint_D xy dx dy$ .