

## Analisi Matematica 1b - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 13.7.2021

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai.

1. (5 punti) Determina, e rappresenta nel piano complesso, tutte le soluzioni dell'equazione

$$\tan(z) = 2i.$$

2. (5 punti) Disegna il grafico di una primitiva della funzione

$$f(x) := (1 - |x|)_+ = \max\{1 - |x|, 0\}.$$

3. (5 punti) Sia  $f(t) := 1 - t^2$  definita per  $t \in [0, 1]$ . Sia  $\Omega$  il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  definito da

$$\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y < z < 1\}.$$

Per ogni  $(x, y, z) \in \Omega$  definiamo la suddivisione  $\sigma(x, y, z)$  di  $[0, 1]$  ponendo

$$\sigma(x, y, z) := \{0, x, y, z, 1\}.$$

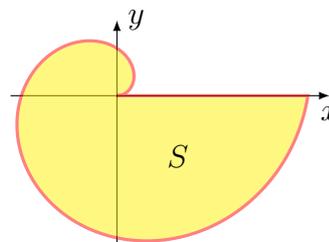
Considera la funzione  $G: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  definita dalla seguente somma di Darboux

$$G(x, y, z) := \bar{S}(f, \sigma(x, y, z)).$$

Calcola il gradiente di  $G$ .

4. (5 punti) Calcola l'integrale  $\iint_S \frac{1}{4 + x^2 + y^2} dx dy$ ,

dove  $S$  è la regione limitata del piano la cui frontiera è rappresentata dalla spirale che in coordinate polari centrata nell'origine è descritta dall'equazione  $r = 2\theta$  con  $\theta \in [0, 2\pi]$  e dal segmento che unisce l'origine con il punto  $(4\pi, 0)$ .



5. (5 punti) Considera l'integrale generalizzato  $\int_0^{+\infty} \cos(2x)e^{-3x} dx$ .

- Verifica che si tratta di un integrale convergente.
- Calcola il valore dell'integrale.

6. (5 punti) Determina la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$y' + \sin(x)y + e^{\cos x} = 0, \quad y(\pi) = 1.$$

- Si tratta di una soluzione periodica?
- Si tratta di una soluzione limitata?