

Analisi Matematica 1b - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 11.2.2020

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (7 punti) Determina tutte le coppie di soluzioni (z, w) in campo complesso per il seguente sistema di equazioni,

$$\begin{cases} 8i + z^3 = 0, \\ w + z^4 = 1. \end{cases}$$

2. (7 punti) Considera l'equazione differenziale lineare omogenea

$$ky''(x) + (k - 1)y'(x) + \left(k - \frac{1}{2}\right)y(x) = 0.$$

- Per quali valori del parametro reale k esiste almeno una soluzione non nulla che sia infinitesima per $x \rightarrow +\infty$?
- Per quali valori del parametro reale k tutte le soluzioni sono infinitesime per $x \rightarrow +\infty$?

3. (7 punti) Determina la soluzione $z(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (1 + e^x)z' = z^2 e^{3x}, \\ z(0) = 2. \end{cases}$$

4. (7 punti) Considera la funzione

$$F(x, y) := \left(\frac{\cos(x)}{x + y}, \frac{\sin(x)}{x - y} \right).$$

Sia $G(x, y) = F(F(x, y))$ la funzione composta di F con se stessa.

- Determina la matrice jacobiana di F in un generico punto (x, y) .
 - Determina la matrice jacobiana di G nel punto $(0, 1)$.
5. (7 punti) Determina il volume e le coordinate del baricentro di un solido di rotazione ottenuto ruotando intorno all'asse z la regione che nel piano $x-z$ delimitata dall'asse z , dalla retta $z = 8$ e dalla curva di equazione $z^2 = x^3$.