

## Analisi Matematica 1b - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 19.12.2019

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (7 punti) Determina tutte le soluzioni in campo complesso dell'equazione

$$z^6 + (2 - i)z^3 - 2i = 0.$$

2. (7 punti) Calcola la soluzione  $y(x)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = 2(y' + x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. (7 punti) Considera le funzioni

$$\begin{aligned} F(x, y) &:= (x + x^2y, \sin(x + y^2)), & G(u, v) &:= \left( \frac{u}{1+v}, \log(1 + 2u - 3v) \right), \\ H(x, y) &:= G(F(x, y)), & K(u, v) &:= F(G(u, v)). \end{aligned}$$

Calcola  $J_H(0, 0)$  e  $J_K(0, 0)$ , le matrici jacobiane di  $H$  e  $K$  in  $(0, 0)$ .

4. (7 punti) Calcola il valore dell'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x^2 y \, dx \, dy,$$

dove  $\Omega := D_1 \cap D_2$  è la regione del piano ottenuta come intersezione del disco  $D_1$  di centro  $(0, 0)$  e raggio 2 con il disco  $D_2$  di centro  $(0, 2)$  e raggio 2:

$$D_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}, \quad D_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2)^2 \leq 4\}.$$

5. (7 punti) Determina per quali valori di  $p \in \mathbb{R}$  il seguente integrale generalizzato è convergente o divergente:

$$\int_0^1 \frac{1}{(\arccos x)^p} \, dx.$$

[Suggerimento: può essere utile effettuare la sostituzione  $\theta = \arccos x$  nell'integrale.]