

nome e cognome:	matricola:
-----------------	------------

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (7 punti) Determina in campo complesso tutte le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} \bar{z}e^w = i, \\ |z|^2 e^w + z = 1. \end{cases}$$

2. (7 punti) Calcola il valore degli integrali

$$\int_0^{\pi/3} \frac{1}{(9 + (\sin x)^2) \tan x} dx, \quad \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{(9 + (\sin x)^2) \tan x} dx.$$

3. (7 punti) Dato $k \in \mathbb{R}$ determina la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2ky' + y = \cos(x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Per quali valori di k si ha che la soluzione rimane limitata quando $x \rightarrow +\infty$?

4. (7 punti) Considera le funzioni

$$f(x, y) := \log(1 + x^2y), \quad G(t) := (\arctan(1 + t), \sin(3t)), \quad H(x, y) := G(f(x, y)).$$

- Calcola la matrice jacobiana della funzione H nel punto $(1, 0)$.
- Per quali punti (x, y) si ha che la matrice jacobiana di H é invertibile?

5. (7 punti) Calcola il valore dell'integrale doppio $\iint_D \frac{dx dy}{xy}$, dove D è il quadrilatero individuato dalle quattro rette di equazione $y = x$, $y = 2x$, $x + y = 1$, $x + y = 3$.

