

## Analisi Matematica 1b - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 18.6.2019

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (6 punti) Tra tutte le soluzioni dell'equazione

$$(1 + e^z)^4 + 4 = 0$$

determina quelle che hanno parte immaginaria compresa tra 0 e  $2\pi$ .

2. (6 punti) Determina tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$\sqrt{x}(y' - 1) = y.$$

3. (7 punti) Per ogni  $k \in \mathbb{R}$  determina la soluzione  $y_k(x)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y = e^{kx}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

4. (7 punti) Considera le funzioni

$$F(x, y, z) := z \int_x^y \left( \frac{\log(t)}{t} \right)^2 dt, \quad G(t) := (t, t^2, t^3),$$

definite per  $t, x, y, z > 0$ . Sia  $h(t) := F(G(t))$  la loro funzione composta.

- Calcola tutte le derivate prime di  $F$  e di  $G$ .
  - Calcola  $h(1)$ ,  $h'(1)$  e  $h''(1)$ .
5. (6 punti) Considera la regione  $V := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$ . Calcola il valore dell'integrale triplo

$$\iiint_V x^2 z \, dx \, dy \, dz.$$

6. (4 punti) Per quali valori del parametro  $p \in \mathbb{R}$  si ha che il seguente integrale generalizzato risulta convergente?

$$\int_0^\infty \frac{\arctan(x)}{x^p(1 + \sqrt{x})} dx.$$