

## Analisi Matematica 1a - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 23.7.2018

|                 |            |
|-----------------|------------|
| nome e cognome: | matricola: |
|-----------------|------------|

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

Considera le funzioni  $f(x) := x^3 + 2$  e  $g(x) := 1/x$ . Dato  $a \in \mathbb{R}$ : sia  $A = (a, f(a))$  il punto sul grafico di  $f$  con ascissa  $a$ ; sia  $r$  la retta tangente nel punto  $A$  al grafico di  $f$ ; sia  $B = (b, g(b))$  il punto del primo quadrante in cui la retta  $r$  interseca il grafico di  $g$ ; sia  $s$  la retta tangente nel punto  $B$  al grafico di  $g$ ; sia  $C = (0, c)$  il punto in cui l'asse  $y$  interseca la retta  $s$ .

1. (2 punti) Disegna nello stesso piano cartesiano i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ .
2. (4 punti) Scrivi l'equazione della retta  $r$  in funzione del parametro  $a$  e l'equazione della retta  $s$  in funzione del parametro  $b$ .
3. (4 punti) Determina esplicitamente una formula che permetta di calcolare il valore del parametro  $c$  in funzione del valore del parametro  $a$ .

Considera la funzione

$$h(x) := \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x} \cdot \frac{\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}.$$

4. (4 punti) Calcola il limite di  $h(x)$  per  $x \rightarrow 0^+$ .
5. (4 punti) Calcola il limite di  $h(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

Considera la funzione  $F(x) := \sin(\pi \log(x))$  definita per  $x > 0$ .

6. (4 punti) Determina il polinomio di Taylor di grado 3 centrato in 1 relativo alla funzione  $F$ .
7. (4 punti) Verifica che l'insieme  $M$  dei punti di massimo della funzione  $F$  è formato dai punti di una progressione geometrica e calcola la ragione di tale progressione.
8. (4 punti) Determina il più ampio intervallo  $I$  contenente il punto 1 tale che  $F$  ristretta ad  $I$  risulti essere invertibile; e indicata con  $G$  la funzione inversa di  $F$  ristretta ad  $I$  calcola il valore di  $G'(0)$ .
9. (4 punti) Determina il più ampio intervallo  $J$  contenente il punto 1 tale che  $F$  ristretta ad  $J$  risulti essere una funzione concava (ovvero il suo grafico ha concavità rivolta verso il basso).