

Analisi Matematica 1a - Ing. Elettronica e Informatica - (Foschi) - 25.1.2018

nome e cognome:	matricola:
-----------------	------------

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. (6 punti) Calcola la somma delle seguenti sommatorie di tipo Mengoli:

$$S_1 := \sum_{k=22}^{222} \frac{1}{k(k+1)}, \quad S_2 := \sum_{k=22}^{222} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right), \quad S_3 := \sum_{k=22}^{222} \frac{1}{k(k+3)}.$$

2. (4 punti) Scrivi il limite che è descritto dalla seguente scrittura:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{R} : \forall x < M, \text{ si ha } 0 \leq F(x) < \varepsilon.$$

3. (6 punti) Disegna su uno stesso piano cartesiano il grafico delle funzioni f, g, h definite da

$$f(x) := e^{-|x|}, \quad g(x) := f(|x| - 2), \quad h(x) := |f(x) - 2|.$$

4. (8 punti) Calcola i limiti per $x \rightarrow 0^+$, per $x \rightarrow 1$ e per $x \rightarrow +\infty$ della funzione

$$\varphi(x) := \frac{22^{(x-\frac{1}{x})} - x^{(222+\frac{1}{x})} + \log x}{22^{(x+\frac{1}{x})} + x^{(222-\frac{1}{x})} - \log x}.$$

5. (6 punti) Dati tre parametri $A, B, C \in \mathbb{R}$ considera la funzione

$$k(x) := A + \sqrt{B \cos(x) + C \sin(x)}.$$

Considera inoltre il polinomio $p(x) := 1 + 2x - x^2$.

- Calcola la derivata prima $k'(x)$ e la derivata seconda $k''(x)$.
- Determina per quali valori di A, B, C si ha che $p(x)$ è un'approssimazione locale di $k(x)$ all'ordine 2 per $x \rightarrow 0$.