Analisi Matematica 1 - Ing. Elettronica e Informatica - (Lorenzetti) - 29.1.2016

nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Studia il comportamento della serie: $A := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n - \sqrt{n}}{n+1}$.
2. Calcola il $\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x\sin(2x)}}$.
3. Stabilisci per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} a + b\sin x; x < 0 \\ \frac{x}{1+x^2}; x \geq 0 \end{cases}$ è derivabile in $\mathbb{R}$. Stabilisci se la funzione ottenuta è derivabile due volte in $\mathbb{R}$.
4. Calcola $\int \arctan\sqrt{2x}\,dx$ (**Possibile** suggerimento: porre $\sqrt{2x} = z$) e determina la primitiva che passa per il punto $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
5. Determina le radici cubiche di $(1-i)^3$ e rappresenta nel piano complesso.
6. L'equazione $\alpha z^2 + \beta z - 2i = 0$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ha soluzioni: $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = \frac{1}{2i}$. Determina $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.
7. Determina l'insieme D di convergenza puntuale della successione di funzioni $f_n(x) = \arctan\left[(x+1)^n\right]$ e spiega perché in tale insieme la convergenza non può essere uniforme. Dimostra che la convergenza è uniforme nell'intervallo $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$.
8. Determina il raggio di convergenza e gli intervalli di convergenza assoluta e semplice della serie: $C := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(2n-1)}(x-2)^n$.
9. Qual è il coefficiente del termine di terzo grado del polinomio di Maclaurin che approssima la funzione $f(x) = \log(1 + 3x + x^2)$. Ricorda che è $f(x) = \log(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k}$ per $|x| < 1$.
10. Teorema di Fermat sugli estremi locali: enuncia e dimostra il teorema. Spiega perché il teorema non può essere invertito.