Analisi Matematica 1 - Ing. Elettronica e Informatica - (Lorenzetti) - 15.1.2016

nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile i passaggi che esegui. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Studia la convergenza delle serie:

$$A: \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\sin(n)}{3n^3+5n}+\frac{\cos(n)}{n^4+7}\right] \qquad B: \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{n-\log n}$$

2. Calcola il seguente limite: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}+2\cos x-3}{x(\sin x)^3}$

3. Sia $T_3(x)$ il polinomio di MacLaurin del terzo ordine di $f(x)=e^x$. Utilizza tale risultato per calcolare un valore approssimato di $\sqrt[3]{e}$ e fornisci una stima dell'errore commesso.

4. Rappresenta il grafico della funzione $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{-x}+2}$ e determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di flesso.

5. Determina l'intervallo di convergenza puntuale della successione di funzioni $f_n(x)=n\cdot e^{-nx}$, $x\in\mathbb{R}$.
   Verifica che in tale intervallo la convergenza non è uniforme.
   Verifica che la convergenza è, invece, uniforme negli intervalli del tipo $[a,+\infty)$ con $a>0$.

6. Risolvi nel campo dei numeri complessi l'equazione $z^5+iz^2=0$, $z\in\mathbb{C}$ e rappresenta le soluzioni trovate.

7. Calcola il seguente integrale: $\int_0^{\infty} x^3 e^{1-x^2}\,dx$.

8. Determina $\lambda\in\mathbb{C}$ tale che $z_0=i$ sia radice del polinomio $P(z)=z^4-2z^3+\lambda z^2-2z+2$, $z\in\mathbb{C}$. Per tale valore determina tutte le soluzioni dell'equazione $P(z)=0$. (Un possibile suggerimento è il seguente: il polinomio ha tutti coefficienti reali quindi se $z_1\in\mathbb{C}$ è uno zero del polinomio lo è anche il suo coniugato $\overline{z_1}$)

9. Determina per quali valori di $a>0$ la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{a\cdot n+2}{3\cdot n+1}\right)^n$ converge.

10. Enuncia il teorema relativo alla risoluzione approssimata di una equazione attraverso il metodo di Newton mettendo in luce il significato delle ipotesi.
    Spiega in modo esauriente perché il metodo di Newton è applicabile all'equazione $e^{-x}=2x$ nell'intervallo $[0,1]$ e scrivi esplicitamente l'algoritmo iterativo.
    Calcola le prime iterazioni, finché le prime due cifre decimali non si stabilizzano.