

nome e cognome:	matricola:
-----------------	------------

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai.

Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio che ti viene consegnato (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che ti eri preparato).

Esercizio 1. (6 punti)

- a. Determina nel campo complesso tutte le radici terze dell'equazione:  $\omega := \frac{(\sqrt{3}-i)^6}{(1+i)^3}$
- b. Determina il numero complesso  $z$  uguale al quadrato del suo complesso coniugato.

Esercizio 2. (6 punti)

Discuti il carattere delle seguente serie:

- a.  $\sum_{n=15}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$
- b.  $\sum_{n=15}^{\infty} \frac{(n-3)^n}{n^{n+1}}$
- c.  $\sum_{n=1500}^{\infty} \log \left( n \cdot \sin \left( \frac{1}{n} \right) \right)$

Esercizio 3 (4 punti)

Sia  $k \in \mathbb{R}$ , discuti al variare di  $k$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $e^x = kx$

Esercizio 4 (4 punti)

Sia  $g(x) := \begin{cases} e^x, & x \leq 1 \\ mx + q, & x > 1 \end{cases}$  determina i valori di  $m, q \in \mathbb{R}$  in modo che la funzione sia derivabile in  $\mathbb{R}$

Esercizio 5 (4 punti)

Discuti a convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni  $f_n(x) = \frac{nx}{1+|nx|}$

Esercizio 6 (6 punti)

- a. Determina una primitiva della funzione  $f(x) := \frac{\log(\log x)}{x}$ , dopo averne determinato il suo dominio naturale (per l'integrazione si suggerisce di porre  $\log x = t$ ).
- b. Stabilisci se l'integrale  $\int_1^e f(x) dx$  è convergente.

Esercizio 7 (4 punti)

Dimostra che  $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$