

# Analisi Matematica 1 - Ingegneria dell'Informazione - (Foschi) - 7.12.2006

nome e cognome:	matricola:	A
-----------------	------------	---

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e **spiegando** in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su **ogni** foglio che ti viene consegnato (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame **tutti** i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che ti eri preparato).

1. (6 punti) Determina il prolungamento continuo su  $\mathbb{R}$  della funzione  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) := \frac{x - \sin(x)}{e^{2x} - e^{2\sin(x)}}.$$

2. (6 punti) Determina i coefficienti del polinomio di grado 3 descritto da

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

sapendo che la retta tangente al grafico di  $p$  nel punto  $(2, p(2))$  ha come equazione

$$6x - 3y + 16 = 0,$$

e che la retta tangente al grafico della derivata seconda  $p''$  nel punto  $(2, p''(2))$  ha come equazione

$$2x - y = 0.$$

3. (6 punti) Disegna i grafici delle funzioni  $g$  ed  $h$  definite da

$$g(x) := \sqrt{x}, \quad h(x) := \left| \left| \sqrt{\frac{x+4}{3}} - 2 \right| - 1 \right|.$$

4. (6 punti) Per ogni fissato  $\alpha \in \mathbb{R}$  considera la successione  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  definita da

$$a_n := \frac{\log(1 + n^\alpha)}{1 + n^\alpha}.$$

- Determina per quali valori di  $\alpha$  la successione  $a_n$  è infinitesima.

- Determina per quali valori di  $\alpha$  la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge.

5. (6 punti) Calcola il valore dei seguenti integrali:

$$\int_0^1 \sqrt{x} dx, \quad \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx, \quad \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} \arcsin(x) dx.$$

6. (6 punti) Trova tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$\frac{1-z}{j+z} = \frac{2z}{1-jz}.$$