Analisi Matematica 1 - Ing. Elettronica e Informatica - (Lorenzetti) - 15. 07. 2016 Fila 1

nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Data la funzione $f(x)=e^{3x}-arctg(3x)-1$ determinane lo sviluppo di Mc Laurin arrestato all'ordine 3 e stabilisci di che natura è il punto $x_0=0$ (massimo, minimo relativo, flesso .....).
2. Discuti la convergenza delle serie $A:=\sum_{n=1}^{\infty}\log\left(\frac{n+1}{n^2}\right)$ e $B:=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\log(n+1)}$.
3. Calcola $\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$.
4. Nel piano complesso calcola l'area del poligono avente per vertici le soluzioni dell'equazione $z^6=32\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+i\right)$.
5. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione che presenta le seguenti caratteristiche: la sua derivata seconda è: $f''(x)=\sin(3x)+1$, la tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ è parallelo alla retta $(\pi+1)x-3y=0$ e il grafico di f passa per l'origine. Determina l'espressione analitica di f.
6. Sia $F:\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\to\mathbb{R}$ la funzione $F(x):=-\int_0^x\log(\cos\theta)d\theta$, calcola le derivate fino alla prima che non si annulla in $x_0=0$ e successivamente calcola il $\lim_{x\to 0}\frac{xF'(x)}{F(x)}$.
7. Sia $h:]0,+\infty[\to\mathbb{R}$ la funzione $h(x):=\frac{e^x}{\sqrt{e^x-1}}$. Verifica che h è integrabile in senso generalizzato su ogni intervallo del tipo $]0,L]$, per ogni $L>0$.
8. Determina le primitive della funzione $f(x):=\frac{\log(\log(x))}{x}$ e successivamente calcola, se possibile, il valore medio di $f(x)$ in $\left[e,e^2\right]$, spiegando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema.
9. Discuti la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni $f_n(x)=\sqrt{x^2+\frac{1}{n}}$.
10. Dopo avere determinato il dominio naturale della funzione

$$g(x):=\frac{\sin(\arctan x)-\sin\left(e^x-1\right)}{\arctan x\cdot\left(e^x-1\right)}$$

spiega, giustificando in modo esauriente, se la funzione è prolungabile con continuità in $x_0=0$.